

Plan 276 Lic. en Matemáticas

Asignatura 43983 ELEMENTOS DE VARIABLE COMPLEJA

Grupo 1

### Presentación

Introducción a la teoría de funciones de una variable compleja.

### Programa Básico

- 1.- Funciones holomorfas. Propiedades de tipo general.
- 2.- Series de potencias.
- 3.- Teoría local de Cauchy.
- 4.- Teoría global de Cauchy.
- 5.- Consecuencias del teorema de Cauchy.
- 6.- Desarrollos de Laurent.
- 7.- Teorema de los residuos.

### Objetivos

Adquisición de conceptos básicos de la Teoría de Funciones de Variable Compleja.

### Programa de Teoría

#### 1.- Introducción

- 1.1.- Propiedades algebraicas y topológicas del plano complejo.
- 1.2.- La esfera de Riemann.
- 1.3.- Funciones elementales.

#### 2.- Funciones holomorfas

- 2.1.- Derivación compleja. Funciones holomorfas. Ecuaciones de Cauchy-Riemann. Teorema de la función inversa. Ejemplos.
- 2.2.- Series de potencias. Lema de Abel. Radio de convergencia de una serie de potencias. Fórmula de Cauchy-Hadamard. Derivación de series de potencias. Funciones analíticas.

#### 3.- Teoría local de Cauchy

- 3.1.- Integración compleja: Propiedades de tipo general. Funciones holomorfas definidas a partir de integrales de caminos.
- 3.2.- El Teorema de Cauchy para un triángulo. Primitiva de una función en abiertos del plano complejo.
- 3.3.- Fórmulas integrales de Cauchy para un disco. Teoremas de Morera, Weierstrass y Taylor. Analiticidad y holomorfía.
- 3.4.- Desigualdades de Cauchy. Teorema de Liouville. Teorema fundamental del Álgebra. Principio de los ceros aislados. Principio del módulo máximo.

#### 4.- Teoría global de Cauchy

- 4.1.- Logaritmos y argumentos continuos.
- 4.2.- Logaritmos analíticos.
- 4.3.- Índice de un punto respecto de una curva cerrada.
- 4.4.- Ciclos.
- 4.5.- Versión homológica del teorema de Cauchy. Fórmulas integrales de Cauchy.

---

4.6.- Abiertos simplemente conexos.

5.- Consecuencias del teorema de Cauchy

5.1.- Desarrollos de Laurent para funciones holomorfas en anillos.

5.2.- Singularidades. Clasificación de las singularidades. Teorema de Casorati-Weierstrass.

5.3.- Teorema de los residuos.

5.4.- Principio del argumento. Teorema de Rouché. Teorema de la aplicación abierta.

5.5.- Aplicaciones al cálculo de integrales y sumación de series.

5.6.- Funciones meromorfas: propiedades elementales. Homografías.

---

## Programa Práctico

---

## Evaluación

---

Examen final que constará de la resolución de problemas de la asignatura, así como el desarrollo de uno o varios temas de teoría.

---

## Bibliografía

---

\*\* Apostol T.M. "Análisis Matemático". Reverté, 1991.

\*\*\* Ash, R.B., Novinger, W.P. "Complex Variables".

Éste será el libro de texto fundamental. Los capítulos que conciernen a la presente asignatura aparecen en formato pdf en el apartado "Ficheros Adjuntos".

\*\* Boiarchuk A. K. "Matemática Superior. Problemas resueltos" (tomos 5,6 y 7). Editorial URSS, 2001.

\*\* Conway J.B. "Functions of One Complex Variable". Springer Verlag, 1978.

\*\* Churchill R.V., Brown J.W. "Variable Compleja y Aplicaciones". McGraw-Hill, 1992.

\*\* Lang S. "Complex Analysis". Springer Verlag, 1993.

\*\* López-Gómez J. "Ecuaciones Diferenciales y Variable Compleja". Prentice Hall, 2002.

\*\* Linés E. "Análisis Matemático IV". U.N.E.D, 1992.

\*\* Markushevich A. "Teoría de las Funciones Analíticas" (vol I). MIR, 1971.

\*\* Marsden J.E. "Basic Complex Analysis". Freeman, 1999.

\*\* Palka B.P. "An Introduction to Complex Function Theory". Springer Verlag, 1991.

\*\* Pestaña Galván D., Rodríguez García J.M., Marcellán Español F. "Variable compleja. Un curso práctico". Síntesis, 1999.

\*\* Remmert R. "Theory of Complex Functions". Springer Verlag, 1991.

\*\* Spiegel M.R. "Variable Compleja". McGraw-Hill. Colección Schaum, 1998.

\*\* Volkovyski L., Lunts G., Aramanovich I. "Problemas sobre la teoría de funciones de variable compleja". MIR, 1977.

\*\* Wunsch A.D. "Complex Variables with Applications". Addison-Wesley, 1994.

---