Plan 276 Lic. en Matemáticas

Asignatura 44019 RESOLUCION NUMERICA DE EDP I

Grupo 1

Presentación

Métodos de diferencias finitas y elementos finitos.

Programa Básico

Métodos en diferencias finitas para problemas de valores en la frontera y problemas de evolución: Técnicas avanzadas de resolución numérica. Análisis de Fourier de la estabilidad.

El método de elementos finitos en problemas de valores en la frontera. Formulación débil de problemas de valores en la frontera y métodos Galerkin. Espacios de elementos finitos. Implementación.

Álgebra lineal numérica avanzada: Métodos gradiente conjugado y gradiente conjugado acondicionado. Métodos avanzados para el problema de autovalores.

Objetivos

Introducción y análisis de los métodos básicos de discretización de problemas de evolución. Introducción al método de elementos finitos.

Programa de Teoría

Lección 1: Discretización de problemas elípticos de valores en la frontera.
La ecuación de difusión general en el cuadrado unidad. Discretización sobre geometrías generales. Coordenadas polares. Discretización de operadores con derivadas mixtas.

Lección 2: Métodos iterativos modernos.
Método de Richardson. Métodos gradiente. Método gradiente conjugado. Preacondicionadores. Método gradiente conjugado preacondicionado.

Lección 3: Métodos numéricos avanzados para el problema de autovalores.
Semejanza ortogonal y el teorema de Schur. El algoritmo QR básico. Modificaciones del algoritmo QR. El algoritmo de Lanczos.

Lección 4: Métodos en diferencias para problemas parabólicos. Análisis de Von Neumann.
Análisis de Fourier de un problema modelo. Esquemas de diferencias y factor de amplificación. Estabilidad y condición de Von Neumann. Análisis de Fourier de la convergencia. Extensión a esquemas de más niveles.

Lección 5: Discretización de problemas parabólicos multidimensionales.
Esquemas básicos para la ecuación del calor en el cuadrado unidad. El método ADI de Peacemann-Rachford. Métodos localmente unidimensionales. Discretización de problemas parabólicos en geometrías no rectangulares.

Lección 6: Métodos en diferencias para problemas hiperbólicos. Disipación y dispersión numéricas.
Análisis de estabilidad de Von Neumann para esquemas de diferencias: disipación y dispersión numéricas, errores de fase y errores de amplitud. La ecuación modificada de un esquema en diferencias. La ecuación lineal de convección-difusión.

Lección 7: Métodos de diferencias para leyes de conservación.
Problemas hiperbólicos modelo. Soluciones débiles de leyes de conservación. Esquemas en diferencias en forma conservativa. Los esquemas Lax-Wendroff y Lax-Wendroff de dos pasos para leyes de conservación. Tratamiento de condiciones frontera.

Lección 8: El método Galerkin para el problema de dos puntos frontera.

Formulación débil de problemas de dos puntos frontera. Los espacios de Sobolev H^k(a,b) y H^k_0(a,b). El lema de Lax-Milgram. El método Galerkin. El método de elementos finitos: espacios de elementos lineales y cuadráticos a trozos. Error de interpolación.

Lección 9: El método Galerkin para la ecuación de Poisson.
Introducción a los espacios de Sobolev. Formulación débil del problema de Dirichlet para la ecuación de Poisson. Aproximación Galerkin. Formulación débil de otros problemas de valores en la frontera.

Lección 10: Espacios de elementos finitos.
Elementos lagrangianos sobre triángulos. Elementos lagrangianos sobre rectángulos. Implementación práctica.

Programa Práctico

Quince de las horas correspondientes a las clases prácticas se desarrollarán en el aula de informática.

Evaluación

20%: Prácticas de ordenador. Programación y análisis de algoritmos.

80%: Examen final.

Bibliografía

[1] K. W. MORTON y D. F. MAYERS;
Numerical Solution of Partial Differential Equations.
Cambridge University Press, 1994.

[2] A. R. MITCHELL y D. F. GRIFFITHS;
The Finite Difference Method in Partial Differential Equations,
John Wiley and Sons, Chichester, 1980.

[3] C. JOHNSON;
Numerical Solution of Partial Differential Equations by the Finite Element Method
Cambridge University Press, Cambridge, 1987.