

Plan 277 Lic. en Física

Asignatura 44046 FÍSICA MATEMÁTICA

Grupo 1

### Presentación

Cálculo variacional.  
 Teoría de la estabilidad.  
 Aplicaciones a la Mecánica Clásica.  
 Espacios de Hilbert. Funciones lineales. Operadores lineales en espacios de Hilbert.  
 Aplicaciones a la Mecánica Cuántica.

### Programa Básico

1. Introducción al cálculo variacional.  
 Motivación y ejemplos históricos de problemas variacionales. Principios variacionales en Física: Principio de Fermat y Principio de Hamilton. Funcionales. Extremales de funcionales. Ecuación de Euler. Problemas isoperimétricos. Ejemplos. Problemas variacionales con varios grados de libertad. Superficies mínimas: el problema de Plateau.

2. Teoría de la estabilidad.  
 Estabilidad de las soluciones de sistemas de ecuaciones diferenciales: definiciones básicas. Estabilidad para sistemas lineales. Clasificación de los tipos de puntos estables: criterios de estabilidad asintótica; atractores; el método de Lyapunov. Algunas propiedades de sistemas de ecuaciones no lineales: atractores extraños y comportamiento caótico. Los atractores de Rössler y Lorenz.

3. Pequeñas oscilaciones.  
 El problema de pequeñas oscilaciones en Mecánica Clásica. Frecuencias propias y modos normales. El principio de superposición. Solución general. Interpretación del problema de movimiento en régimen de pequeñas oscilaciones como un problema de valores propios. Frecuencias propias y modos normales en otros contextos: ¿Se puede oír la forma de un tambor?

4. Las matemáticas de la mecánica cuántica.  
 El lenguaje matemático de la Mecánica Cuántica a través del ejemplo de la polarización de la luz. El espacio de estados como espacio de Hilbert. La Mecánica Cuántica como un problema de valores propios. Ecuación de Schrödinger y evolución cuántica. El principio de mínima acción y la formulación de Feynman de la Mecánica Cuántica.

### Objetivos

El objetivo de esta asignatura es presentar una selección de temas, que además de tener interés considerable por sí mismos, subyacen a la estructura matemática de la Mecánica Clásica, Cuántica y a otras ramas de la Física. Tomando como punto de partida el análisis de situaciones o ideas físicas concretas, se presentan y desarrollan técnicas matemáticas que son esenciales en Física, poniendo el énfasis en el significado físico más que en las propias matemáticas.

### Programa de Teoría

1. Introducción al cálculo variacional.  
 Motivación y ejemplos históricos de problemas variacionales. Principios variacionales en Física: Principio de Fermat y Principio de Hamilton. Funcionales. Extremales de funcionales. Ecuación de Euler. Problemas isoperimétricos. Ejemplos. Problemas variacionales con varios grados de libertad. Superficies mínimas: el problema de Plateau.

2. Teoría de la estabilidad.  
 Estabilidad de las soluciones de sistemas de ecuaciones diferenciales: definiciones básicas. Estabilidad para sistemas lineales. Clasificación de los tipos de puntos estables: criterios de estabilidad asintótica; atractores; el método de Lyapunov. Algunas propiedades de sistemas de ecuaciones no lineales: atractores extraños y comportamiento caótico. Los atractores de Rössler y Lorenz.

3. Pequeñas oscilaciones.  
 El problema de pequeñas oscilaciones en Mecánica Clásica. Frecuencias propias y modos normales. El principio de superposición. Solución general. Interpretación del problema de movimiento en régimen de pequeñas oscilaciones como un problema de valores propios. Frecuencias propias y modos normales en otros contextos: ¿Se puede oír la forma de un tambor?

4. Las matemáticas de la mecánica cuántica.

---

El lenguaje matemático de la Mecánica Cuántica a través del ejemplo de la polarización de la luz. El espacio de estados como espacio de Hilbert. La Mecánica Cuántica como un problema de valores propios. Ecuación de Schrödinger y evolución cuántica. El principio de mínima acción y la formulación de Feynman de la Mecánica Cuántica.

---

### Programa Práctico

Se realizarán algunas sesiones de prácticas en el Aula de Informática, usando el programa de cálculo simbólico Mathematica.

---

### Evaluación

La nota de la asignatura se determina fundamentalmente (85%) por la realización de un examen escrito, que constará de una parte de cuestiones y otra de problemas.

A la nota final contribuirán en un 15% diversos ejercicios prácticos que se propondrán y que el alumno interesado deberá entregar antes de la realización del examen escrito.

---

### Bibliografía

- \* R.P. FEYNMAN, R. LEIGHTON, R. M. SANDS, "Lectures on Physics", Fondo Educativo Interamericano 1971.
  - \* H. GOLDSTEIN, "Mecánica Clásica", Reverté, 1987.
  - \* I.M. GELFAND, S.V. FOMIN, "Calculus of Variations", Prentice Hall.
  - \* L. ELSGOLTZ, "Ecuaciones diferenciales y cálculo variacional", MIR, 1969.
  - \* M. de GUZMÁN, "Ecuaciones diferenciales ordinarias", Alhambra, 1987.
  - \* P.R. HALMOS, "Finite-dimensional Vector Spaces", Van Nostrand Reinhold 1958.
-