

Plan 276 Lic. en Matemáticas

Asignatura 43983 ELEMENTOS DE VARIABLE COMPLEJA

Grupo 1

### Presentación

Introducción a la teoría de funciones de una variable compleja.

### Programa Básico

- 1.- Funciones holomorfas. Propiedades de tipo general.
- 2.- Series de potencias.
- 3.- Teoría local de Cauchy.
- 4.- Teoría global de Cauchy.
- 5.- Consecuencias del teorema de Cauchy.
- 6.- Desarrollos de Laurent.
- 7.- Teorema de los residuos.

### Objetivos

Adquisición de conceptos básicos de la Teoría de Funciones de Variable Compleja.

### Programa de Teoría

#### 1.- Introducción

- 1.1.- Propiedades algebraicas y topológicas del plano complejo.
- 1.2.- La esfera de Riemann.
- 1.3.- Funciones elementales.

#### 2.- Funciones holomorfas

- 2.1.- Derivación compleja. Funciones holomorfas. Ecuaciones de Cauchy-Riemann. Teorema de la función inversa. Ejemplos.
- 2.2.- Series de potencias. Lema de Abel. Radio de convergencia de una serie de potencias. Fórmula de Cauchy-Hadamard. Derivación de series de potencias. Funciones analíticas.

#### 3.- Teoría local de Cauchy

- 3.1.- Integración compleja: Propiedades de tipo general. Funciones holomorfas definidas a partir de integrales de caminos.
- 3.2.- El Teorema de Cauchy para un triángulo. Primitiva de una función en abiertos del plano complejo.
- 3.3.- Fórmulas integrales de Cauchy para un disco. Teoremas de Morera, Weierstrass y Taylor. Analiticidad y holomorfía.
- 3.4.- Desigualdades de Cauchy. Teorema de Liouville. Teorema fundamental del Álgebra. Principio de los ceros aislados. Principio del módulo máximo.

#### 4.- Teoría global de Cauchy

- 4.1.- Logaritmos y argumentos continuos.
- 4.2.- Logaritmos analíticos.
- 4.3.- Índice de un punto respecto de una curva cerrada.
- 4.4.- Ciclos.
- 4.5.- Versión homológica del teorema de Cauchy. Fórmulas integrales de Cauchy.

---

4.6.- Abiertos simplemente conexos.

5.- Consecuencias del teorema de Cauchy

5.1.- Desarrollos de Laurent para funciones holomorfas en anillos.

5.2.- Singularidades. Clasificación de las singularidades. Teorema de Casorati-Weierstrass.

5.3.- Teorema de los residuos.

5.4.- Principio del argumento. Teorema de Rouché. Teorema de la aplicación abierta.

5.5.- Aplicaciones al cálculo de integrales y sumación de series.

5.6.- Funciones meromorfas: propiedades elementales. Homografías.

---

## Programa Práctico

---

## Evaluación

---

El alumno será evaluado de forma continua y mediante la realización de un examen final, del siguiente modo:

1) Se propondrá periódicamente una tarea, consistente en la resolución de varios problemas, que el alumno deberá entregar por escrito para su corrección. Dicho trabajo será comentado con el alumno en tutoría. Se valorará esta actividad en hasta 2 puntos.

2) Mediado el cuatrimestre se realizará una prueba escrita cuya calificación será de hasta 1 punto.

3) En la fecha fijada oficialmente se realizará un examen global de la asignatura, que constará de la resolución de varios problemas así como del desarrollo de varios temas de teoría. Se puntuará en hasta 7 puntos.

La calificación será la suma de las obtenidas en cada uno de los apartados anteriores.

La evaluación en la convocatoria extraordinaria constará únicamente del examen global, con una puntuación de hasta 10 puntos.

---

## Bibliografía

---

\*\* Apostol T.M. "Análisis Matemático". Reverté, 1991.

\*\*\* Ash, R.B., Novinger, W.P. "Complex Variables".

Éste será el libro de texto fundamental. Los capítulos que conciernen a la presente asignatura aparecen en formato pdf en el apartado "Ficheros Adjuntos".

\*\* Boiarchuk A. K. "Matemática Superior. Problemas resueltos" (tomos 5,6 y 7). Editorial URSS, 2001.

\*\* Conway J.B. "Functions of One Complex Variable". Springer Verlag, 1978.

\*\* Churchill R.V., Brown J.W. "Variable Compleja y Aplicaciones". McGraw-Hill, 1992.

\*\* Lang S. "Complex Analysis". Springer Verlag. 1993.

\*\* López-Gómez J. "Ecuaciones Diferenciales y Variable Compleja". Prentice Hall, 2002.

\*\* Linés E. "Análisis Matemático IV". U.N.E.D, 1992.

\*\* Markushevich A. "Teoría de las Funciones Analíticas" (vol I). MIR, 1971.

\*\* Marsden J.E. "Basic Complex Analysis". Freeman, 1999.

\*\* Palka B.P. "An Introduction to Complex Function Theory". Springer Verlag, 1991.

\*\* Pestaña Galván D., Rodríguez García J.M., Marcellán Español F. "Variable compleja. Un curso práctico". Síntesis, 1999.

\*\* Remmert R. "Theory of Complex Functions". Springer Verlag, 1991.

\*\* Spiegel M.R. "Variable Compleja". McGraw-Hill. Colección Schaum, 1998.

\*\* Volkovyski L., Lunts G., Aramanovich I. "Problemas sobre la teoría de funciones de variable compleja". MIR, 1977.

\*\* Wunsch A.D. "Complex Variables with Applications". Addison-Wesley, 1994.

---