

Plan 431 Máster en Investigación en Matemáticas

Asignatura 52386 GEOMETRIA DE ECUACIONES DIFERENCIALES

Grupo 1

Tipo de asignatura (básica, obligatoria u optativa)

OPTATIVA

Créditos ECTS

6

Competencias que contribuye a desarrollar

Iniciación a la teoría geométrica de campos de vectores y sistemas dinámicos, básicos para cualquier dedicación posterior a investigación en sistemas dinámicos o ecuaciones diferenciales.

Objetivos/Resultados de aprendizaje

- 1.- Adquirir y asimilar ciertas de las muchas técnicas y destrezas que se utilizan en el campo de investigación matemática en sistemas dinámicos y ecuaciones diferenciales.
- 2.- Conocer los enunciados básicos de la teoría y poder bosquejar sus demostraciones.

Contenidos

- 1.- Repaso del estudio geométrico de soluciones de sistemas lineales de ecuaciones diferenciales.
- 2.- Variedades invariantes de campos de vectores: estable, inestable, central.
- 3.- Teorema de Hartman-Grobman.
- 4.- Variedades invariantes formales.
- 5.- Lema de Briot-Bouquet. Convergencia de variedades invariantes fuertes.
- 6.- Iniciación al estudio global de campos de vectores. Teorema de Poincaré-Bendixon.

Principios Metodológicos/Métodos Docentes

- 1.- Discusión en pizarra de los resultados.
- 2.- Análisis detallado de ejemplos.
- 3.- Lectura, discusión y comprensión de las referencias bibliográficas.
- 4.- Desarrollo y exposición por parte de los alumnos de alguna parte de los contenidos

Criterios y sistemas de evaluación

Exposición de trabajos: 60%
Examen: 40%

Recursos de aprendizaje y apoyo tutorial

Pizarra+Nuevas tecnologías.
Disponibilidad en cualquier momento para tutorizar el trabajo o resolver dudas.

Calendario y horario

Primer Cuatrimestre.
Horario sin determinar.

Tabla de Dedicación del Estudiante a la Asignatura/Plan de Trabajo

Aproximadamente, 30 horas de asistencia a clase y el resto de dedicación al estudio + tutorización con el profesor

Responsable de la docencia (recomendable que se incluya información de contacto y breve CV en el que aparezcan sus líneas de investigación y alguna publicación relevante)

Fernando Sanz Sánchez
Departamento de Álgebra, Geometría y Topología
fsanz@agt.uva.es
Tlf: 983 183820

LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN:

Campos de vectores analíticos, sistemas dinámicos, ecuaciones diferenciales ordinarias, foliaciones holomorfas, geometría real, cuerpos de Hardy, estructuras o-minimales.

PUBLICACIONES RELEVANTES RELACIONADAS CON LA ASIGNATURA:

Autores (p.o. de firma): Fernando Sanz Sánchez

Título: - "Non oscillating solutions of analytic gradient vector fields"

Revista: Annales de l'Institut Fourier

Clave: A Volumen: t. 48, Fasc. 4 Páginas, inicial: 1045 final: 1067 Fecha: 1998

Lugar de publicación: Grenoble (Francia)

(En este trabajo se prueba la no oscilación de las trayectorias del campo gradiente de una función analítica real en dimensión tres que se acumulan en un punto singular de la función donde ésta tiene al menos orden dos -esto es, la conjetura fuerte del gradiente para este tipo de funciones-. La demostración pasa por probar previamente que dichas trayectorias tienen la propiedad de tangentes iteradas generalizadas y usa técnicas de resolución de singularidades y de sistemas dinámicos relativas a variedades invariantes estables, inestables, centrales, etc.)

Autores (p.o. de firma): Felipe Cano Torres, Robert Moussu, Fernando Sanz Sánchez

Título: - "Oscillation, Spiralemment, Tourbillonnement"

Revista: Comment. Math. Helv.

Clave: A Volumen: 75 Páginas, inicial: 284 final: 318 Fecha: 2000

Lugar de publicación: Suiza

(En este trabajo se demuestra la aparición de un eje semi-analítico de giro para una trayectoria oscilante con tangentes iteradas de campos de vectores analíticos en dimensión tres, alrededor del cual dicha trayectoria gira en espiral. Si el eje no está compuesto por puntos singulares del campo, toda trayectoria en un entorno de dicho eje también tiene un comportamiento de giro en espiral: es un "twister axis")

Autores (p.o. de firma): Pedro Fortuny Ayuso, Fernando Sanz Sánchez

Título: - "Gradients Vector Fields Do Not Generate Twister Dynamics"

Revista: Journal of Differential Equations

Clave: A Volumen: 174 Páginas, inicial: 91 final: 100 Fecha: 2001

Lugar de publicación: EEUU

(Se demuestra que los campos de vectores gradiente de una función analítica real en dimensión tres no pueden tener un "twister axis", esto es, un comportamiento de giro conjunto de todas las trayectorias de un abierto. Esto permite reducir la conjetura fuerte del gradiente en dimensión tres -en el caso de singularidad aislada- ala prueba de la propiedad de tangentes iteradas para sus trayectorias -sólo se tiene prueba de la existencia de la primera tangente, esto es de lo conjeturado por Thom, por parte de los polacos Kurdyka-Mostowski-Parusinski)

Autores (p.o. de firma): Jean-Marie Lion, Robert Moussu, Fernando Sanz Sánchez

Título: - "Champs de vecteurs analytiques et champs de gradients"

Revista: Ergodic Theory and Dynamical Systems

Clave: A Volumen: 22 Páginas, inicial: 525 final: 534 Fecha: 2002

Lugar de publicación: Gran Bretaña

(Demostramos una generalización de un resultado de Lojasiewicz sobre la finitud de la longitud de trayectorias del gradiente para campos de vectores analíticos en la siguiente situación: la trayectoria se acumula sobre una hipersuperficie invariante en la cual la restricción del campo es un gradiente y es normalmente hiperbólica. Como aplicación, se demuestra la conjetura fuerte en dimensión tres para trayectorias cuya tangente no están en el cono tangente de la función)

Autores (p.o. de firma): Felipe Cano Torres, Robert Moussu, Fernando Sanz Sánchez

Título: - "Pinceaux de courbes intégrales d'un champ de vecteurs analytique"

Revista: Astérisque

Clave: A Volumen: 297 Páginas, inicial: 1 final: 34 Fecha: 2004

Lugar de publicación: Francia

(Estudiamos aquí las trayectorias no oscilantes de campos de vectores analíticos en dimensión tres por paquetes de trayectorias que comparten las mismas tangentes iteradas. Probamos la existencia de sólo dos tipos de paquetes:

paquetes enlazantes en los que cualquier pareja de trayectorias se enlazan asintóticamente entre sí; y paquetes separados en los que ninguna pareja de trayectorias son enlazantes entre sí y pueden separarse por una proyección subanalítica sobre un plano. En el primer caso las trayectorias tienen el desarrollo asintótico de una curva formal no convergente que hace las veces de eje de giro formal)

Autores (p.o. de firma): Jean-Philippe Rolin, Fernando Sanz Sánchez, Reinhard Schafke

Título: - " Quasi-analytic solutions of analytic ODE's and O-Minimal Structures"

Revista: Proceedings of the London Mathematical Society

Clave: A Volumen: 95, n. 2 Páginas, inicial: 413 final: 442 Fecha: 2007

Lugar de publicación: Gran Bretaña

(En este trabajo consideramos sistemas de ecuaciones diferenciales analíticas reales con singularidad irregular del tipo $y' = A(x,y)/x^p$ con y un vector. Bajo ciertas condiciones -que garantizan la trascendencia de la curva formal solución- probamos que una solución de este sistema genera un Álgebra de funciones quasi-analíticas y da lugar a una extensión o-minimal y modelo-completa del cuerpo de los reales junto con las funciones analíticas. El resultado usa la construcción de estructuras o-minimales a partir de clases quasi-analíticas desarrollado en el artículo de Rolin-Speissegger-Wilkie sobre las funciones de la clase de Denjoy-Carleman. Un ejemplo particular de estas nuevas estructuras o-minimales es cada una de las soluciones de un paquete enlazante, ejemplo que, manipulado, produce otros ejemplos de trayectorias no oscilantes que son, sin embargo no o-minimales)

Idioma en que se imparte

Español, pero si fuera necesario, inglés o francés.
