

Plan 431 MÁSTER EN INVESTIGACIÓN EN MATEMÁTICAS

Asignatura 52373 AMPLIACION DE TEORIA DE FUNCIONES

Grupo 1

Tipo de asignatura (básica, obligatoria u optativa)

Optativa

Créditos ECTS

6 ECTS

Competencias que contribuye a desarrollar

Generales:

- G1. Conocimiento del método científico.
- G2. Competencia para aplicar los conocimientos adquiridos.
- G3. Capacidad crítica, de análisis y síntesis, y capacidad de interpretación.
- G4. Competencias metodológicas.
- G5. Capacidad para valorar la originalidad y creatividad.
- G6. Capacidades de comunicación.
- G7. Capacidad de trabajo en equipo.
- G9. Desarrollar el interés por la formación permanente.
- G10. Capacidad de aprendizaje autónomo.

Específicas:

- E1. Adquisición de destrezas técnicas generales en el ámbito de una o varias disciplinas Matemáticas.
 - E2. Capacidad de comprensión de las bases teóricas y técnicas en las que se apoyan los conceptos y métodos de las materias propias de alguna de las especialidades de las Matemáticas.
 - E4. Capacidad y destrezas para la gestión de las fuentes de la investigación en Matemáticas.
 - E5. Capacidad de aplicar y adaptar los modelos teóricos y las técnicas específicas tanto a problemas abiertos en su línea de especialización, como a problemas provenientes de otros ámbitos ya sean científicos o técnicos.
 - E6. Capacidad de analizar problemas, detectando el posible uso de modelos matemáticos para contribuir a su comprensión y resolución.
 - E7. Capacidad de defender trabajos de investigación avanzados en el ámbito de sus líneas de especialización así como de mantener debates científicos sobre los mismos, ya sean estos propios o adquiridos.
 - E8. Capacidad de discernir entre las diferentes orientaciones de las técnicas específicas que concurren en la comprensión y resolución de un problema, comprendiendo la oportunidad y el uso de cada una de ellas individualmente así como la cooperación entre ellas de cara a la resolución global del problema.
 - E9. Capacidad de comprender nuevos avances y perspectivas científicas en el ámbito de la investigación en las líneas de su especialización.
 - E10. Capacidad de detectar líneas de trabajo e investigación emergentes en el ámbito de las Matemáticas o de sus aplicaciones, identificando la relación, origen e influencia con el estado de conocimiento propio de cada una de las especializaciones de las Matemáticas.
 - E13. Capacidad para la utilización de las nuevas tecnologías en el ámbito de la investigación en Matemáticas.
 - E16. Adquirir una visión global y comprensiva de la Investigación en Matemáticas.
 - E17. Adquirir recursos y destrezas para la comunicación de resultados de investigación en Matemáticas de forma clara, ante audiencias especializadas y no especializadas.
- Se puede ver una descripción más detallada de las competencias en la MEMORIA VERIFICA del Máster.

Objetivos/Resultados de aprendizaje

Conocer una serie de resultados de la teoría avanzada de funciones de variable compleja, así como su relación con la investigación reciente que se realiza sobre esta materia. La asignatura se planteará como un camino hacia algunos resultados importantes para los que se precisa del uso de la variable compleja, concretamente los teoremas de Picard sobre funciones enteras y singularidades esenciales, así como el teorema de los números primos. De hecho se tomará una u otra orientación dependiendo de los intereses de los alumnos matriculados. En cualquier caso se enfatizará en que las matemáticas no son parcelas estancas, y es absurdo estudiar esta materia, o ninguna otra, sin relacionarla con otras áreas, máxime en un máster de investigación. Por lo tanto, se explorarán las relaciones con la geometría algebraica, el álgebra conmutativa, o la topología algebraica, por ejemplo, aunque no se requiere tener conocimientos previos de estas materias.

Entre los temas clásicos, se estudiarán las familias de funciones normales, los productos infinitos y la representación de funciones enteras, lo que no permitirá estudiar problemas de crecimiento de funciones, ya sean enteras o definidas en conjuntos apropiados (teoremas de Phragmén-Lindelof). Estudiaremos la prolongación analítica de funciones y el teorema de monodromía. Asimismo, las funciones doblemente periódicas nos permitirán introducir las parametrizaciones de curvas elípticas. Se estudian estas, y otras funciones especiales, en particular la función zeta de Riemann, para tratar de abordar los resultados básicos antes mencionados (o al menos uno de ellos). De nuevo, dado que se trata de un máster de investigación, se atenderán los intereses científicos de los alumnos y el profesor. Así, se darán las herramientas para el estudio de las ecuaciones diferenciales holomorfas o los desarrollos asintóticos.

Contenidos

La siguiente lista contiene una serie de temas, de entre los que se extraerán los que se expliquen en la asignatura, de acuerdo con los conocimientos previos e intereses de los alumnos. Se trata de una asignatura orientada a la investigación en análisis complejo, dinámica holomorfa y geometría, con lo cual el temario es evolutivo, y como se ha dicho, variará dependiendo de los intereses de los estudiantes y del profesor, orientándose a distintas áreas de investigación.

1) Espacios de funciones holomorfas. Teorema de representación conforme de Riemann:

Lema de Schwarz y consecuencias. Automorfismos e isomorfismos notables. Aspectos geométricos del análisis complejo.

El espacio de las funciones holomorfas en un abierto con la topología compacta-abierta.

Familias acotadas, compactas y normales. Los teoremas de Montel y Vitali.

El teorema de la representación conforme de Riemann.

2) Dinámica holomorfa global.

Conjuntos de Julia y Fatou de un polinomio.

Conjuntos de Julia y Fatou de una función racional. Relación con las familias normales de funciones.

3) Teorema de Runge:

Aproximación de funciones holomorfas en un compacto por funciones racionales.

Teorema de Runge. Aproximación polinomial y conexión simple.

4) Funciones armónicas:

Las funciones armónicas como partes reales de funciones holomorfas.

Propiedad del valor medio. Fórmula integral de Poisson.

Problema de Dirichlet en un disco y en otros dominios.

Desigualdades de Harnack y consecuencias.

Fórmulas de Poisson y Poisson-Jensen.

5) Factorización y crecimiento de las funciones enteras:

Productos infinitos. Funciones holomorfas definidas mediante productos infinitos.

Factores elementales de Weierstrass. Teorema de factorización de Weierstrass.

Teorema de Mittag-Leffler. Teoremas de interpolación.

Orden exponencial y tipo de una función entera. Propiedades y fórmulas.

Exponente de convergencia. Productos canónicos. Teorema de factorización de Hadamard.

Conjuntos de a -valores de una función entera.

Crecimiento de funciones no enteras: teoremas de Phragmén-Lindelof.

6) Prolongación analítica:

Elemento de función analítica. Prolongación directa y puntos singulares. Series lacunares.

Principio de reflexión de Schwarz.

Prolongación a lo largo de curvas. El teorema de monodromía.

7) Funciones elípticas:

Funciones meromorfas periódicas. Funciones elípticas.

Función elíptica de Weierstrass. Propiedades y ecuaciones que verifica, y funciones relacionadas.

7) Introducción a la dinámica holomorfa en una variable.

Gérmes de funciones holomorfas. Teoremas de clasificación formal y analítica (Poincaré, Koenigs,...).

Grupos de gérmes de funciones holomorfas. Grupos resolubles. Propiedades.

Aplicaciones.

Principios Metodológicos/Métodos Docentes

La asignatura se plantea de manera participativa. El profesor dará algunas orientaciones sobre los temas, que serán desarrollados por los alumnos. Se fomentará el debate, y las discusiones de carácter científico sobre la materia, y su relación con otras áreas.

Crterios y sistemas de evaluación

Por la naturaleza de la asignatura, se evaluará de manera continua al ser de tipo participativo.

Recursos de aprendizaje y apoyo tutorial

Todo el material necesario será puesto a disposición de los alumnos. Las tutorías se fijan a principio de curso, siendo flexible el horario.

Calendario y horario

Calendario fijado por la Universidad y la Facultad de Ciencias.

El horario se determinará al comienzo del curso académico, de acuerdo con los alumnos matriculados. Con independencia del horario "oficial", la asignatura podrá cursarse en todo caso, aunque aparentemente coincida en horario con otras.

Tabla de Dedicación del Estudiante a la Asignatura/Plan de Trabajo

ACTIVIDADES PRESENCIALES

ECTS

TRABAJO PERSONAL DEL ALUMNO

ECTS

Clases teóricas

1.2

Estudio autónomo individual o en grupo

2.4

Resolución de problemas en grupos reducidos

0.6

Preparación y redacción de ejercicios u otros trabajos

0.72

Clases con ordenador en el aula de informática

Programación/experimentación u otros trabajos con ordenador/laboratorio

Tutorías y seminarios, incluyendo presentaciones de trabajos y ejercicios propuestos.

0.28

Documentación: consultas bibliográficas, Internet...

0.68

Sesiones de evaluación

0.12

Total presencial

2.2

Total personal

3.8

Responsable de la docencia (recomendable que se incluya información de contacto y breve CV en el que aparezcan sus líneas de investigación y alguna publicación relevante)

Jorge Mozo Fernández.

e-mail: jmozo@maf.uva.es

Investigación en desarrollos asintóticos de funciones de variable compleja, y en foliaciones holomorfas.

Idioma en que se imparte

Castellano. En caso de haber alumnos de habla no hispana, la asignatura podría impartirse en inglés o francés.