

**Proyecto/Guía docente de la asignatura**

Asignatura	Cálculo		
Materia	Matemáticas		
Módulo			
Titulación	Grado de Ingeniería Informática de Servicios y Aplicaciones		
Plan	413	Código	40806
Periodo de impartición	Semestre 2	Tipo/Carácter	FB
Nivel/Ciclo	Grado	Curso	1
Créditos ECTS	6		
Lengua en que se imparte	Castellano		
Profesor/es responsable/s	Amelia García Garrosa Profesora Titular de Universidad. Departamento de Matemática Aplicada Juan Antonio Velasco Mate Profesor Asociado. Departamento de Matemática Aplicada		
Datos de contacto (E-mail, teléfono...)	Escuela de Ingeniería Informática de Segovia. Campus María Zambrano Plaza de la Universidad, 1 40005 Segovia Despachos n° 240 (Amelia) n°241 (Juan Antonio) Segunda planta. Fase II Teléfono : 34 921 11 24 21 e-mail : amegar@eii.uva.es (Amelia) juanantonio.velasco.mate@uva.es (Juan Antonio)		
Departamento	Matemática Aplicada		

1. Situación / Sentido de la Asignatura**1.1 Contextualización**

Esta asignatura trata sobre los fundamentos básicos del cálculo diferencial e integral en una y varias variables, de gran utilidad en la ingeniería en general.

1.2 Relación con otras materias

No es prerrequisito de ninguna otra asignatura, pero sus conceptos matemáticos estarán presentes en múltiples asignaturas de la titulación. Por este motivo, se imparte en el primer curso.

1.3 Prerrequisitos

Ninguno. Resulta muy conveniente reforzar los conocimientos y competencias matemáticas básicas necesarias para afrontar la asignatura, en particular, para aquellos alumnos que provienen de un módulo superior de FP.



2. Competencias

2.1 Generales

- G01** : Conocimientos generales básicos.
- G03** : Capacidad de análisis y síntesis.
- G05** : Comunicación oral y escrita en la lengua propia.
- G07** : Habilidades básicas en el manejo del ordenador.
- G09** : Resolución de problemas.
- G16** : Capacidad de aplicar los conocimientos en la práctica.
- G18** : Capacidad de aprender

2.2 Específicas

- E01** : Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería. Aptitud para aplicar los conocimientos sobre: álgebra lineal; **cálculo diferencial e integral**; métodos numéricos; algorítmica numérica; estadística y **optimización**.
- E03** : Conocimientos básicos sobre el uso y programación de los ordenadores, sistemas operativos, bases de datos y **programas informáticos con aplicación en ingeniería**.

3. Objetivos

- Plantear en lenguaje matemático y resolver problemas relacionados con el cálculo y sus aplicaciones.
- Describir algorítmicamente la resolución de problemas de cálculo, e implementarla eficientemente mediante software matemático.
- Comprender, discutir y expresar (oralmente y por escrito) conceptos y argumentos de tipo lógico matemático relacionados con el cálculo.
- Manejar software matemático en aplicaciones prácticas, con un énfasis especial en la interpretación de resultados y la escritura de informes.
- Comprender la interrelación del cálculo con otras materias de la titulación.



4. Contenidos y/o bloques temáticos

Bloque 1: Cálculo en una variable

Carga de trabajo en créditos ECTS: 2,8

a. Contextualización y justificación

Este bloque se organiza en tres temas dedicados al cálculo en una variable y sirve de repaso y profundización de conceptos relativos a los conceptos de límite, continuidad, derivabilidad y cálculo integral de funciones de una variable. Además, se incluyen conceptos nuevos sobre los que se hace especial hincapié.

El cálculo de límites se amplía incluyendo algunas técnicas nuevas como el uso de infinitos e infinitésimos. Se hace hincapié en la existencia de máximos y mínimos absolutos en un intervalo a través del teorema de Weierstrass, así como la localización de raíces de una ecuación mediante el teorema de Bolzano.

Se revisa el cálculo diferencial en una variable haciendo especial énfasis en problemas de optimización en una variable, de gran importancia en las disciplinas más diversas.

Se afronta el problema de la aproximación local de una función mediante los polinomios de Taylor. Éstos serán una herramienta de gran importancia para el desarrollo de la asignatura de Métodos Numéricos que el alumno también cursará en la titulación.

Por último, se presenta el cálculo integral para funciones de una variable. Se revisan las técnicas de cálculo de primitivas. A partir de la definición de primitiva se introduce, mediante la regla de Barrow, el concepto de integral definida y su uso para el cálculo de áreas.

Una dedicación especial en este bloque merecen las integrales impropias. En este contexto se presentan como ejemplo las integrales de Euler, presentes en la asignatura de Cálculo de Probabilidades y Estadística.

b. Objetivos de aprendizaje

- Dominar el cálculo de límites de funciones de una variable haciendo uso de diversas técnicas: infinitos e infinitésimos equivalentes, órdenes de infinitud, regla de L'Hôpital, polinomios de Taylor.
- Saber estudiar la continuidad de una función e identificar los distintos tipos de discontinuidades.
- Utilizar el teorema de Bolzano para determinar los ceros de una función.
- Recordar el cálculo de derivadas con especial atención en el uso de la regla de la cadena.
- Saber estudiar la monotonía de una función.
- Comprender los conceptos de extremos locales y absolutos de una función y saber calcularlos.
- Utilizar el teorema de Weierstrass para el cálculo de extremos absolutos.
- Comprender el concepto de polinomio de Taylor como herramienta de aproximación local de funciones.
- Saber calcular los polinomios de Taylor de algunas funciones habituales.
- Saber calcular primitivas de funciones continuas haciendo uso de los métodos generales de integración.
- Dominar el cálculo de primitivas de funciones racionales y saber utilizar diversos cambios de variables para reducir la búsqueda de primitiva al de una función racional.
- Comprender el concepto de integral a través de la regla de Barrow y su interpretación geométrica.
- Comprender el concepto de integral impropia y saber calcular el valor mediante la regla de Barrow.
- Saber determinar el carácter de una integral impropia.
- Saber utilizar la integral en algunas aplicaciones geométricas.

c. Contenidos

- **Tema 1: Límites y continuidad.** Límites: concepto. Álgebra de límites, infinitos e infinitésimos equivalentes, órdenes de infinitud. Continuidad: definición y propiedades. Discontinuidades. Teoremas de Bolzano y Weierstrass.
- **Tema 2: Derivadas.** Concepto de derivada e interpretación geométrica. Propiedades de las funciones derivables y principales teoremas. Regla de L'Hôpital: aplicación al cálculo de límites. Monotonía y extremos. Cálculo de extremos absolutos y relativos. Polinomio de Taylor.



- **Tema 3: Integrales.** Primitivas. Métodos de integración. Integración de funciones racionales. Cambios de variable. La integral: concepto e interpretación geométrica. Propiedades y principales teoremas. Integrales impropias: Definición y propiedades. Convergencia. Aplicaciones geométricas.

d. Métodos docentes

1. Lección magistral: exposición de la teoría y resolución de problemas con participación del alumno (14+13=27 horas).
2. Evaluación: Al final del bloque temático (temas 1 a 3) (2 horas).
3. Estudio autónomo por parte del alumno, incluyendo realización de problemas, consulta bibliográfica y preparación de pruebas de evaluación (mínimo 43 horas).

e. Plan de trabajo

1. Alternar sesiones teóricas y de problemas.

f. Evaluación

Realización de un examen escrito de problemas (evaluación conjunta de los temas 1, 2 y 3).

g. Bibliografía básica

1. Martín, P., García, A., Getino, J., González, A.B., *Cálculo para ingenieros*, Vol 1. Funciones de una variable. Delta publicaciones, 2013. (2ª edición).
2. Martín, P., García, A., Getino, J., *Problemas de cálculo para ingenieros*, Delta publicaciones, 2010 (3ª edición).

h. Bibliografía complementaria

1. García, A., García, F., Gutiérrez, A. López, A., Rodríguez, G., Villa, A. de la: *Cálculo I: Teoría y Problemas de Análisis Matemático en una Variable*. CLAGSA, 1998 (2ª edición).
2. Getino, J, Martín, P., García, A., *Fundamentos de Matemáticas: teoría y problemas*. Delta Publicaciones, 2008.

i. Recursos necesarios

Aula con pizarra y ordenador con proyector, sala de ordenadores con software matemático, biblioteca, sala de estudio, y despacho o seminario para tutorías.

j. Temporalización

CARGA ECTS	PERIODO PREVISTO DE DESARROLLO
2,8	7 semanas

Bloque 2: Sucesiones y series

Carga de trabajo en créditos ECTS:

a. Contextualización y justificación

Este bloque con un único tema está dedicado al estudio de las sucesiones y las series de números reales. Se establece el paralelismo existente con el cálculo de límites de funciones de una variable que permite abordar el cálculo de límites de sucesiones como un buen ejercicio de repaso. La segunda parte del bloque se ocupa de las series numéricas pretendiendo que el alumno comprenda la diferencia entre una suma infinita y una de infinitos



sumandos. Se aprenden a sumar algunos tipos de series cuyo carácter y suma se pueden obtener de forma sencilla. Para finalizar el bloque se introducen algunos criterios de convergencia.

b. Objetivos de aprendizaje

- Dominar el cálculo de límites de sucesiones.
- Comprender el concepto de serie.
- Identificar algunos tipos de series y saber calcular la suma.
- Saber determinar el carácter de una serie mediante el uso de criterios de convergencia.

c. Contenidos

- **Tema 4: Sucesiones y series.** Sucesiones: concepto y convergencia. Cálculo de límites. Series: Concepto y convergencia. Suma de series. Criterios de convergencia.

d. Métodos docentes

1. Lección magistral: exposición de la teoría y resolución de problemas con participación del alumno (4+3=7 horas).
2. Evaluación: Conjunta con el resto de los bloques (examen ordinario) (3 horas).
3. Estudio autónomo por parte del alumno, incluyendo realización de problemas, consulta bibliográfica y preparación de pruebas de evaluación (mínimo 10 horas).

e. Plan de trabajo

El mismo para todos los bloques temáticos.

f. Evaluación

Realización de un examen escrito de problemas (evaluación conjunta de los bloques 2 y 3).

g. Bibliografía básica

La misma para los bloques temáticos 1 y 2.

h. Bibliografía complementaria

La misma para los bloques temáticos 1 y 2.

i. Recursos necesarios

Los mismos para todos los bloques temáticos.

j. Temporalización

CARGA ECTS	PERIODO PREVISTO DE DESARROLLO
0,7	2 semanas

Bloque 3: Cálculo en varias variables

Carga de trabajo en créditos ECTS: 2,4

a. Contextualización y justificación



Con este bloque se aborda la parte de la asignatura dedicada a las funciones de varias variables, escalares y vectoriales. Se organiza en tres temas.

Se generalizan los conceptos de límite y continuidad a funciones de varias variables, centrando el cálculo de límites a funciones escalares de dos variables mediante el uso de coordenadas polares. Se aborda, como consecuencia, el estudio de la continuidad de una función.

Se dota al alumno de las herramientas necesarias para formalizar el concepto de diferencial y diferenciabilidad: derivadas parciales, matriz jacobiana y gradiente. Se introducen las derivadas de órdenes superiores y la matriz hessiana.

Se ilustra cómo calcular extremos locales libres estudiando el carácter de la matriz hessiana. Se introduce el método de los multiplicadores de Lagrange para calcular extremos relativos sujetos a condiciones. Se muestra mediante ejemplos cómo el teorema de Weierstrass conduce a calcular extremos absolutos en regiones compactas. Con todo esto se completa el aspecto de optimización ya abordado en una variable. El alumno podrá ampliar sus conocimientos sobre ello en la asignatura de *Optimización*, optativa de cuarto curso dedicada íntegramente a este tema.

Enlazando con el cálculo integral visto en el bloque 1, éste está dedicado a introducir la integración de funciones de varias variables. Para facilitar la asimilación de nuevos conceptos se limita el estudio a las integrales de funciones escalares de dos variables. Los conceptos presentados se extenderían sin dificultad a dimensiones superiores y no supondría un esfuerzo importante para el alumno. Se manejan funciones acotadas, primero definidas sobre rectángulos para generalizar posteriormente sobre los que se conoce como regiones elementales. Se presenta el resultado general de cambio de variable concretando en el cambio a coordenadas polares. Se finaliza el bloque con la aplicación de la integral doble al cálculo de áreas y volúmenes.

b. Objetivos de aprendizaje

- Saber lo que es un conjunto abierto, cerrado o compacto.
- Comprender los conceptos de función vectorial y escalar.
- Conocer el concepto de límite.
- Saber utilizar los límites sobre conjuntos para demostrar la no existencia de límite y saber calcular el límite para funciones escalares de dos variables mediante el uso de coordenadas polares.
- Saber estudiar la continuidad de una función.
- Saber calcular derivadas parciales y obtener la matriz jacobiana y el gradiente.
- Manejar la regla de la cadena para funciones tanto escalares como vectoriales. Comprender el concepto de diferencial y ser capaz de estudiar la diferenciabilidad de una función.
- Saber calcular derivadas parciales de órdenes superiores y obtener la matriz hessiana.
- Comprender los conceptos de extremos locales y absolutos de una función.
- Calcular extremos relativos libres.
- Determinar extremos relativos condicionados mediante el método de los multiplicadores de Lagrange.
- Utilizar del teorema de Weierstrass para el cálculo de extremos absolutos.
- Comprender el concepto de integral doble y su interpretación geométrica.
- Saber calcular integrales dobles sobre un rectángulo mediante el teorema de Fubini.
- Saber expresar el dominio de integración como región elemental o unión disjunta salvo fronteras de regiones elementales.
- Saber calcular integrales elementales sobre regiones elementales.
- Conocer el teorema de cambio de variable y su analogía con el resultado de una variable.
- Aplicar el teorema anterior al cambio a coordenadas polares y saber utilizarlo. Saber aplicar la integral doble al cálculo de áreas y volúmenes.

c. Contenidos

- **Tema 5: Límites y continuidad.** Primeras nociones: conjuntos cerrado, abierto y compacto. Funciones escalares y vectoriales. Límites. Concepto. Límites sobre conjuntos. Límites en dos variables: coordenadas polares. Continuidad. Concepto y propiedades. Teorema de Weierstrass.
- **Tema 6: Derivadas.** Derivadas: derivadas parciales, matriz jacobiana, gradiente. Diferencial: definición, propiedades de las funciones diferenciables y principales teoremas. Derivadas de orden superior. Teorema de Schwarz. Matriz Hessiana. Extremos de funciones escalares. Cálculo de extremos absolutos y relativos
- **Tema 7: Integrales dobles.** La integral doble. Integración sobre un rectángulo y sobre regiones elementales. Cambio de variable: coordenadas polares. Aplicaciones geométricas.

d. Métodos docentes



1. Lección magistral: exposición de la teoría y resolución de problemas con participación del alumno (12+11=23 horas).
2. Evaluación: Conjunta con el resto de los bloques (examen ordinario) (3 horas).
3. Estudio autónomo por parte del alumno, incluyendo realización de problemas, consulta bibliográfica, realización de prácticas y preparación de pruebas de evaluación (mínimo 37 horas).

e. Plan de trabajo

El mismo para todos los bloques temáticos.

f. Evaluación

Realización de un examen escrito de problemas (evaluación conjunta de los bloques 2 y 3).

g. Bibliografía básica

3. Martín, P., García, A., Getino, J., González, A.B., *Cálculo para ingenieros*, Vol 2. Funciones de varias variables. Delta publicaciones, 2013. (2ª edición).
4. Martín, P., García, A., Getino, J., *Problemas de cálculo para ingenieros*, Delta publicaciones, 2010 (3ª edición).

h. Bibliografía complementaria

3. García, A., López, A., Rodríguez, G., Romero, S., Villa, A. de la: *Cálculo II: Teoría y Problemas de Funciones de Varias Variables*. CLAGSA, 2002.
4. Getino, J, Martín, P., García, A., *Fundamentos de Matemáticas: teoría y problemas*. Delta Publicaciones, 2008.

i. Recursos necesarios

Los mismos para todos los bloques temáticos.

j. Temporalización

CARGA ECTS	PERIODO PREVISTO DE DESARROLLO
2,4	5 semanas



5. Métodos docentes y principios metodológicos

1. Lección magistral: exposición de la teoría
2. Prácticas en aula: resolución de problemas.

6. Tabla de dedicación del estudiante a la asignatura

ACTIVIDADES PRESENCIALES	HORAS	ACTIVIDADES NO PRESENCIALES	HORAS
Clases teóricas	30	Estudio y trabajo autónomo individual	90
Clases prácticas	28	Estudio y trabajo autónomo grupal	-
Evaluación	2		
Total presencial	60	Total no presencial	90

7. Sistema y características de la evaluación

INSTRUMENTO/PROCEDIMIENTO	PESO EN LA NOTA FINAL	OBSERVACIONES
Realización de dos exámenes escritos parciales de carácter teórico-práctico.	1*	Al finalizar los bloques temáticos 1 y 3 (durante las semanas 1-15). La calificación se obtendrá como media aritmética. Si el resultado es igual o superior a 5 el alumno aprobará la asignatura. En caso contrario será necesario realizar el examen final para aprobar la asignatura.
Realización de un examen escrito de carácter teórico-práctico.	1**	Al finalizar todos los bloques (durante las semanas 16-18). **Solo lo realizarán los alumnos que no hayan obtenido el aprobado por parciales.

CRITERIOS DE CALIFICACIÓN

- **Convocatoria ordinaria:** Si la asignatura no se ha superado por evaluación continua se realizará un único examen escrito de carácter práctico con la materia de todos los bloques. Aportará el 100% de la calificación.
- **Convocatoria extraordinaria:** En la convocatoria extraordinaria se realizará un único examen escrito de carácter práctico con la materia de todos los bloques. Aportará el 100% de la calificación.

8. Consideraciones finales