

**Proyecto/Guía docente de la asignatura**

| | | | |
|--|--|----------------------|----------|
| Asignatura | Análisis Armónico | | |
| Materia | Análisis Matemático | | |
| Módulo | | | |
| Titulación | Máster Universitario en Investigación en Matemáticas | | |
| Plan | 431 | Código | 52374 |
| Periodo de impartición | | Tipo/Carácter | Optativa |
| Nivel/Ciclo | Máster Universitario | Curso | |
| Créditos ECTS | 6 | | |
| Lengua en que se imparte | Español | | |
| Profesor/es responsable/s | Félix Galindo Soto | | |
| Datos de contacto (E-mail, teléfono...) | fgalindo@am.uva.es | | |
| Departamento | Álgebra, Análisis Matemático, Geometría y Topología | | |

1. Situación / Sentido de la Asignatura**1.1 Contextualización**

Asignatura de alto valor formativo que enlaza con los conocimientos sobre series y transformada de Fourier adquiridos en el Grado en Matemáticas.

1.2 Relación con otras materias**1.3 Prerrequisitos**

Es recomendable tener conocimientos básicos de Teoría de la Medida.



2. Competencias

Se indican a continuación las descritas en la Memoria Verifica del Máster.

2.1 Generales

G1.- Conocimiento del método científico.

Conocer el método científico, en particular en el ámbito de las Matemáticas, formulando modelos e hipótesis de trabajo relevantes y planificando el análisis en relación con dichas hipótesis y la discusión de las conclusiones, de modo que se pueda avanzar en el conocimiento de las Matemáticas.

G2.- Competencia para aplicar los conocimientos adquiridos.

Es la capacidad para aplicar los conocimientos técnicos adquiridos, de forma coherente y profesional, sobre todo en contextos novedosos o en constante renovación, que impliquen la realización de una actividad matemática.

G3.- Capacidad crítica, de análisis y síntesis, y capacidad de interpretación.

Ser capaz de emitir juicios críticos sobre propuestas, hipótesis y validez científica de las conclusiones, así como sintetizar la presentación de propuestas y resultados, en el ámbito de las Matemáticas y de sus aplicaciones.

G4.- Competencias metodológicas.

Es la capacidad para elegir la metodología más adecuada para el desarrollo de la investigación de un problema, adaptándola al contexto en el que se origina el problema.

G5.- Capacidad para valorar la originalidad y creatividad.

Es la competencia para reconocer la originalidad en la concepción, formulación y resolución de problemas, sobre todo en el ámbito de la investigación matemática.

G6.- Capacidades de comunicación.

Ser capaz de presentar, de forma oral y escrita, y tanto ante públicos especializados como no especializados, resultados avanzados de investigación en Matemáticas, teniendo en cuenta los antecedentes en la investigación, las hipótesis de trabajo, los desarrollos y las conclusiones.

G7.- Capacidad de trabajo en equipo.

Capacidad para el desarrollo de una actividad matemática dentro de un equipo de investigación, bajo supervisión o de forma autónoma, pero al servicio de un proyecto investigador común, que puede ser multidisciplinar.

G9.- Desarrollar el interés por la formación permanente.

Promover un interés permanente para ampliar conocimientos y el desarrollo de un perfil profesional específico, mediante el estudio, la reflexión y la investigación.

G10.- Capacidad de aprendizaje autónomo.



Adquirir las destrezas necesarias para el aprendizaje autónomo en el ámbito de las Matemáticas, conociendo las fuentes de conocimiento para dicho aprendizaje y su utilización, y motivando el aprendizaje a lo largo de la vida en el ejercicio de la actividad matemática.

2.2 Específicas

E1.- Adquisición de destrezas técnicas generales en el ámbito de una o varias disciplinas Matemáticas.

Comprende esta competencia la capacidad de utilización de forma profesional del lenguaje y de las técnicas avanzadas propias de algunas de las especialidades de las Matemáticas, para favorecer la interpretación fluida de las fuentes especializadas de dichas disciplinas y la formulación adecuada de nuevos problemas en el ámbito de dicha especialidad.

E2.- Capacidad de comprensión de las bases teóricas y técnicas en las que se apoyan los conceptos y métodos de las materias propias de alguna de las especialidades de las Matemáticas.

Comprende esta competencia la adquisición del corpus teórico que sustenta los conceptos y métodos de las materias propias de alguna de las especialidades de las Matemáticas, y la capacidad para un manejo experto y fluido de dichos conocimientos.

E4.- Capacidad y destrezas para la gestión de las fuentes de la investigación en Matemáticas.

Comprende esta competencia la capacidad del estudiante para la búsqueda y gestión de documentación y bibliografía especializada, en el ámbito específico de la especialización en Matemáticas que le sea propia; el uso racional y crítico de ésta para determinar el estado del arte en un determinado problema, y el dominio de los recursos bibliográficos pertinentes.

E5.- Capacidad de aplicar y adaptar los modelos teóricos y las técnicas específicas tanto a problemas abiertos en su línea de especialización, como a problemas provenientes de otros ámbitos ya sean científicos o técnicos.

Competencia para adaptar los modelos teóricos propios de cada una de las disciplinas de las Matemáticas para el estudio de problemas abiertos relacionados o para el análisis de otros problemas provenientes de los ámbitos científicos y tecnológicos.

E6.- Capacidad de analizar problemas, detectando el posible uso de modelos matemáticos para contribuir a su comprensión y resolución.

Comprende esta competencia la capacidad analítica frente a nuevas situaciones para identificar la aplicación de modelos matemáticos, existentes o de nuevo diseño, que contribuyan a la comprensión y solución de los problemas planteados.

E7.- Capacidad de defender trabajos de investigación avanzados en el ámbito de sus líneas de especialización así como de mantener debates científicos sobre los mismos, ya sean estos propios o adquiridos.

Capacidad estrechamente vinculada a la competencia de una buena comunicación científica, en el ámbito propio de la especialización adquirida, tanto para defender las tesis propias como para debatir con juicio crítico con terceros, en una relación entre pares.



E9.- Capacidad de comprender nuevos avances y perspectivas científicas en el ámbito de la investigación en las líneas de su especialización.

Competencia para comprender la formulación de nuevos avances, en el ámbito de la investigación propio de cada disciplina de las Matemáticas, y las perspectivas que plantean.

E10.- Capacidad de detectar líneas de trabajo e investigación emergentes en el ámbito de las Matemáticas o de sus aplicaciones, identificando la relación, origen e influencia con el estado de conocimiento propio de cada una de las especializaciones de las Matemáticas.

Competencia para reconocer líneas de investigación emergentes en el ámbito de las Matemáticas o de sus aplicaciones, identificando las interrelaciones existentes con cada una de las especialidades.

E13.- Capacidad para la utilización de las nuevas tecnologías en el ámbito de la investigación en Matemáticas.

La potencia de cálculo disponible con las nuevas tecnologías ha supuesto en el quehacer matemático la incorporación de una herramienta de gran potencia para explorar la frontera del conocimiento, en todas y cada una de las disciplinas de las Matemáticas, así como en sus aplicaciones. Con esta competencia el alumno podrá utilizar métodos computacionales, según el ámbito de estudio de su especialidad, en la investigación matemática.

E16.- Adquirir una visión global y comprensiva de la Investigación en Matemáticas.

Comprende esta competencia la adquisición de una visión global de la investigación en Matemáticas, que valore la complementariedad de los enfoques matemáticos propios de cada disciplina para avanzar en el conocimiento, así como el estado actual de las líneas de investigación más activas en cada una de las áreas de conocimiento de las Matemáticas.

E17.- Adquirir recursos y destrezas para la comunicación de resultados de investigación en Matemáticas de forma clara, ante audiencias especializadas y no especializadas.

3. Objetivos

Conocer el concepto de grupo topológico y, en este contexto, las definiciones y propiedades de la medida de Haar, del producto de convolución de funciones y de la transformada de Fourier. Manejar resultados fundamentales como el teorema de inversión, la fórmula de Plancharel y el teorema de dualidad de Pontryagin. Entender las series de Fourier y la transformada de Fourier en la recta real como ejemplos de esta teoría. Conocer herramientas alternativas en Análisis Armónico, como la transformada de Fourier en ventanas o la transformada de ondículas, y comprender en qué sentido mejoran a la transformada de Fourier clásica. Ser capaz de construir bases en determinados espacios de funciones a partir de estas transformaciones.



4. Contenidos y/o bloques temáticos

Bloque 1: Grupos topológicos.

Carga de trabajo en créditos ECTS:

a. Contextualización y justificación

b. Objetivos de aprendizaje

Conocer el concepto de grupo topológico y, en este contexto, las definiciones y propiedades de la medida de Haar, del producto de convolución de funciones y de la transformada de Fourier. Manejar resultados fundamentales como el teorema de inversión, la fórmula de Plancharel y el teorema de dualidad de Pontryagin. Entender las series de Fourier y la transformada de Fourier en la recta real como ejemplos de esta teoría.

c. Contenidos

1. Grupos topológicos. Definición y propiedades.
2. La medida de Haar en un grupo topológico abeliano localmente compacto.
3. El producto de convolución de funciones.
4. Caracteres en un grupo topológico. El grupo dual.
5. Definición y propiedades de la transformada de Fourier.
6. El teorema de inversión y la fórmula de Plancharel.
7. El teorema de dualidad de Pontryagin.

d. Métodos docentes

Los de la asignatura.

e. Plan de trabajo

- Se proporcionarán materiales docentes al alumno, ya sea elaborados por el propio profesorado de la asignatura, ya de fácil acceso en la red o en la biblioteca, para que aquel se encargue de preparar la materia con antelación a su presentación en las clases magistrales participativas o de resolución de problemas.
- Una vez realizada la explicación de cada parte teórica y práctica de la asignatura, resolviendo las dudas o cuestiones que puedan haber surgido, se pedirá que el alumno trabaje de forma individual o en grupo sobre una colección de problemas proporcionada por el profesor, que puede ser ampliada con la bibliografía propuesta.
- Parte de estos problemas serán resueltos en clase, ilustrando los resultados teóricos y desarrollando las técnicas de resolución propias de la materia.

f. Evaluación

La propia de la asignatura.



g. Bibliografía básica

- W. Rudin, Fourier Analysis on Groups. Wiley, 1990.
- E.H. Hewitt - K.A. Ross, Abstract Harmonic Analysis I. Springer-Verlag, 1963.

h. Bibliografía complementaria

- Y. Katznelson, An introduction to Harmonic Analysis. Dover, 1976.
- G. B. Folland, A Course in Abstract Harmonic Analysis. CRC Press, 1995.

i. Recursos necesarios

- Pizarra.

j. Temporalización

| CARGA ECTS | PERIODO PREVISTO DE DESARROLLO |
|------------|--------------------------------|
| 3 | Febrero-Marzo |

Bloque 2: Transformada de Fourier en ventanas y transformada de ondículas.

Carga de trabajo en créditos ECTS:

a. Contextualización y justificación

b. Objetivos de aprendizaje

Conocer herramientas alternativas en Análisis Armónico, como la transformada de Fourier en ventanas o la transformada de ondículas, y comprender en qué sentido mejoran a la transformada de Fourier clásica. Ser capaz de construir bases en determinados espacios de funciones a partir de estas transformaciones.

c. Contenidos

1. Transformada de Fourier en ventanas y transformada de ondículas. Definición y propiedades.
2. Localización tiempo frecuencia.
3. Teoremas de inversión y fórmulas tipo-Plancharel.
4. El teorema de Balian-Low.
5. Bases ortogonales de ondículas. Análisis multirresolución.

d. Métodos docentes

Los de la asignatura.

**e. Plan de trabajo**

- Se proporcionarán materiales docentes al alumno, ya sea elaborados por el propio profesorado de la asignatura, ya de fácil acceso en la red o en la biblioteca, para que aquel se encargue de preparar la materia con antelación a su presentación en las clases magistrales participativas o de resolución de problemas.
- Una vez realizada la explicación de cada parte teórica y práctica de la asignatura, resolviendo las dudas o cuestiones que puedan haber surgido, se pedirá que el alumno trabaje de forma individual o en grupo sobre una colección de problemas proporcionada por el profesor, que puede ser ampliada con la bibliografía propuesta.
- Parte de estos problemas serán resueltos en clase, ilustrando los resultados teóricos y desarrollando las técnicas de resolución propias de la materia.

f. Evaluación

La propia de la asignatura.

g. Bibliografía básica

- C. Gasquet - P. Witomski, Fourier Analysis and Applications. Springer. Nueva York, 1999.
- I. Daubechies, Ten Lectures on Wavelets. SIAM, Filadelfia, 1992.

h. Bibliografía complementaria

- E. Hernández - G. Weiss, A First Course on Wavelets. CRC Press, Boca Raton, 1996.
- S.G. Mallat, A wavelet tour of signal processing. Academic Press, San Diego, 1999.

i. Recursos necesarios

- Pizarra.

j. Temporalización

| CARGA ECTS | PERIODO PREVISTO DE DESARROLLO |
|------------|--------------------------------|
| 3 | Abril-Mayo |

6. Temporalización (por bloques temáticos)

| BLOQUE TEMÁTICO | CARGA A ECTS | PERIODO PREVISTO DE DESARROLLO |
|---|--------------|--------------------------------|
| Grupos topológicos | 3 | Febrero-Marzo |
| Transformada de Fourier en ventanas y transformada de ondículas | 3 | Abril-Mayo |



5. Métodos docentes y principios metodológicos

Las actividades académicas presenciales previstas son las siguientes:

- Clases de teoría: desarrollo por el profesor en el aula del corpus teórico de la asignatura, generalmente en forma de lección magistral participativa.
- Clases de problemas en el aula: comprende clases en las que se resuelven problemas y ejercicios, orientadas por el profesor, pero con intervenciones de los alumnos.
- Tutorías y seminarios: aparte de la acción tutorial, comprende seminarios para la realización por los alumnos de problemas, bajo la supervisión del profesor, y la presentación de trabajos.
- Pruebas de evaluación: comprende tanto los exámenes oficiales, como cualquier otra prueba que pueda realizarse a lo largo del curso.

6. Tabla de dedicación del estudiante a la asignatura

| ACTIVIDADES PRESENCIALES | HORAS | ACTIVIDADES NO PRESENCIALES | HORAS |
|--------------------------|-----------|---|-----------|
| Clases teóricas | 30 | Estudio autónomo individual o en grupo | 60 |
| Clases prácticas | 15 | Preparación y redacción de ejercicios u otros trabajos | 18 |
| Seminarios | 7 | Programación/experimentación u otros trabajos con ordenador/laboratorio | 17 |
| Otras actividades | 3 | Documentación: consultas bibliográficas, Internet... | |
| Total presencial | 55 | Total no presencial | 95 |

7. Sistema y características de la evaluación

La evaluación de cada uno de los estudiantes tendrá dos componentes diferenciadas:

1. Evaluación continuada.
2. Examen final (optativo).

La calificación en la evaluación continuada se llevará a cabo a lo largo del curso mediante trabajos individuales y/o en grupo, la participación en el aula y en las sesiones de tutoría, la exposición de desarrollos teóricos y la resolución de problemas en la pizarra, etc. El alumno recibirá su calificación en esta parte de la evaluación. Si dicha calificación es inferior a 5, el alumno deberá realizar el examen final, consistente en la resolución de varios problemas, cuya calificación será la de la asignatura. Si la calificación de la evaluación continuada es mayor o igual que 5, podrá elegir entre mantener esta como calificación de la asignatura, o presentarse al examen final, cuya nota se promediará con la anterior para obtener la calificación final.

| INSTRUMENTO/PROCEDIMIENTO | PESO EN LA NOTA FINAL | OBSERVACIONES |
|--------------------------------|-----------------------|---|
| Pruebas de evaluación continua | 50%/100% | El porcentaje aplicado dependerá de la opción elegido por el alumno, tal como se describe en el párrafo anterior. |
| Prueba escrita final | 50%/100% | Idem. |



CRITERIOS DE CALIFICACIÓN

- **Convocatoria ordinaria:**
 - ...
- **Convocatoria extraordinaria:**
 - ...

8. Consideraciones finales

