



## Guía docente de la asignatura

<b>Asignatura</b>	Métodos Combinatorios en Álgebra y Geometría		
<b>Materia/Módulo</b>	Álgebra		
<b>Curso</b>	2019-2020		
<b>Plan</b>	431	<b>Código</b>	52378
<b>Periodo de impartición</b>	Cuatrimestre 2	<b>Tipo</b>	Optativa
<b>Nivel/Ciclo</b>	Master	<b>Curso</b>	Primero
<b>Créditos ECTS</b>	6		
<b>Lengua en que se imparte</b>	Español, inglés si fuera necesario		
<b>Profesor/es responsable/s</b>	Philippe T. Gimenez.		
<b>Datos de contacto (E-mail, teléfono...)</b>	Despacho <b>A-311</b> de la Facultad de Ciencias. <a href="mailto:pgimenez@agt.uva.es">pgimenez@agt.uva.es</a>		
<b>Horario</b>	Se acordará con los estudiantes matriculados al inicio del cuatrimestre. Ver página web de la Facultad		
<b>Departamento</b>	Álgebra, Análisis Matemático, Geometría y Topología		



## 1. Prerrequisitos

---

Asignaturas básicas y obligatorias de Álgebra y Geometría del Grado en Matemáticas. Podrán resultar útiles (aunque no imprescindibles) conocimientos básicos de álgebra conmutativa y computacional a nivel de la asignatura (optativa) de tal nombre en el Grado en Matemáticas.

## 2. Competencias

---

### 2.1 Generales

---

#### **G1.- Conocimiento del método científico.**

Conocer el método científico, en particular en el ámbito de las Matemáticas, formulando modelos e hipótesis de trabajo relevantes y planificando el análisis en relación con dichas hipótesis y la discusión de las conclusiones, de modo que se pueda avanzar en el conocimiento de las Matemáticas.

#### **G2.- Competencia para aplicar los conocimientos adquiridos.**

Es la capacidad para aplicar los conocimientos técnicos adquiridos, de forma coherente y profesional, sobre todo en contextos novedosos o en constante renovación, que impliquen la realización de una actividad matemática.

#### **G3.- Capacidad crítica, de análisis y síntesis, y capacidad de interpretación.**

Ser capaz de emitir juicios críticos sobre propuestas, hipótesis y validez científica de las conclusiones, así como sintetizar la presentación de propuestas y resultados, en el ámbito de las Matemáticas y de sus aplicaciones.

#### **G4.- Competencias metodológicas.**

Es la capacidad para elegir la metodología más adecuada para el desarrollo de la investigación de un problema, adaptándola al contexto en el que se origina el problema.

#### **G5.- Capacidad para valorar la originalidad y creatividad.**

Es la competencia para reconocer la originalidad en la concepción, formulación y resolución de problemas, sobre todo en el ámbito de la investigación matemática.

#### **G6.- Capacidades de comunicación.**

Ser capaz de presentar, de forma oral y escrita, y tanto ante públicos especializados como no especializados, resultados avanzados de investigación en Matemáticas, teniendo en cuenta los antecedentes en la investigación, las hipótesis de trabajo, los desarrollos y las conclusiones.

#### **G7.- Capacidad de trabajo en equipo.**



Capacidad para el desarrollo de una actividad matemática dentro de un equipo de investigación, bajo supervisión o de forma autónoma, pero al servicio de un proyecto investigador común, que puede ser multidisciplinar.

**G9.- Desarrollar el interés por la formación permanente.**

Promover un interés permanente para ampliar conocimientos y el desarrollo de un perfil profesional específico, mediante el estudio, la reflexión y la investigación.

**G10.- Capacidad de aprendizaje autónomo.**

Adquirir las destrezas necesarias para el aprendizaje autónomo en el ámbito de las Matemáticas, conociendo las fuentes de conocimiento para dicho aprendizaje y su utilización, y motivando el aprendizaje a lo largo de la vida en el ejercicio de la actividad matemática.

---

## 2.2 Específicas

---

**E1.- Adquisición de destrezas técnicas generales en el ámbito de una o varias disciplinas Matemáticas.**

Comprende esta competencia la capacidad de utilización de forma profesional del lenguaje y de las técnicas avanzadas propias de algunas de las especialidades de las Matemáticas, para favorecer la interpretación fluida de las fuentes especializadas de dichas disciplinas y la formulación adecuada de nuevos problemas en el ámbito de dicha especialidad.

**E2.- Capacidad de comprensión de las bases teóricas y técnicas en las que se apoyan los conceptos y métodos de las materias propias de alguna de las especialidades de las Matemáticas.**

Comprende esta competencia la adquisición del corpus teórico que sustenta los conceptos y métodos de las materias propias de alguna de las especialidades de las Matemáticas, y la capacidad para un manejo experto y fluido de dichos conocimientos.

**E4.- Capacidad y destrezas para la gestión de las fuentes de la investigación en Matemáticas.**

Comprende esta competencia la capacidad del estudiante para la búsqueda y gestión de documentación y bibliografía especializada, en el ámbito específico de la especialización en Matemáticas que le sea propia; el uso racional y crítico de ésta para determinar el estado del arte en un determinado problema, y el dominio de los recursos bibliográficos pertinentes.

**E5.- Capacidad de aplicar y adaptar los modelos teóricos y las técnicas específicas tanto a problemas abiertos en su línea de especialización, como a problemas provenientes de otros ámbitos ya sean científicos o técnicos.**

Competencia para adaptar los modelos teóricos propios de cada una de las disciplinas de las Matemáticas para el estudio de problemas abiertos relacionados o para el análisis de otros problemas provenientes de los ámbitos científicos y tecnológicos.

**E6.- Capacidad de analizar problemas, detectando el posible uso de modelos matemáticos para contribuir a su comprensión y resolución.**

Comprende esta competencia la capacidad analítica frente a nuevas situaciones para identificar la aplicación de modelos matemáticos, existentes o de nuevo diseño, que contribuyan a la comprensión y solución de los problemas planteados.



**E7.- Capacidad de defender trabajos de investigación avanzados en el ámbito de sus líneas de especialización así como de mantener debates científicos sobre los mismos, ya sean estos propios o adquiridos.**

Capacidad estrechamente vinculada a la competencia de una buena comunicación científica, en el ámbito propio de la especialización adquirida, tanto para defender las tesis propias como para debatir con juicio crítico con terceros, en una relación entre pares.

**E8.- Capacidad de discernir entre las diferentes orientaciones de las técnicas específicas que concurren en la comprensión y resolución de un problema, comprendiendo la oportunidad y el uso de cada una de ellas individualmente así como la cooperación entre ellas de cara a la resolución global del problema.**

**E9.- Capacidad de comprender nuevos avances y perspectivas científicas en el ámbito de la investigación en las líneas de su especialización.**

Competencia para comprender la formulación de nuevos avances, en el ámbito de la investigación propio de cada disciplina de las Matemáticas, y las perspectivas que plantean.

**E10.- Capacidad de detectar líneas de trabajo e investigación emergentes en el ámbito de las Matemáticas o de sus aplicaciones, identificando la relación, origen e influencia con el estado de conocimiento propio de cada una de las especializaciones de las Matemáticas.**

Competencia para reconocer líneas de investigación emergentes en el ámbito de las Matemáticas o de sus aplicaciones, identificando las interrelaciones existentes con cada una de las especialidades.

**E11.- Capacidad para modelar matemáticamente fenómenos de la realidad y describir, en el ámbito de esos fenómenos, la relevancia de los resultados matemáticos.**

Comprende esta competencia la capacidad para proponer y ajustar modelos matemáticos, deterministas o estocásticos, continuos o discretos, en el estudio de problemas concretos, estudiando sus propiedades y la teoría matemática que sustenta su uso.

**E13.- Capacidad para la utilización de las nuevas tecnologías en el ámbito de la investigación en Matemáticas.**

La potencia de cálculo disponible con las nuevas tecnologías ha supuesto en el quehacer matemático la incorporación de una herramienta de gran potencia para explorar la frontera del conocimiento, en todas y cada una de las disciplinas de las Matemáticas, así como en sus aplicaciones. Con esta competencia el alumno podrá utilizar métodos computacionales, según el ámbito de estudio de su especialidad, en la investigación matemática.

**E14.- Conocimiento con carácter general del software matemático de carácter profesional en las distintas disciplinas de las Matemáticas, y capacidad para orientar su aplicación según las situaciones y comprender sus limitaciones.**

Competencia para utilizar el conocimiento del software matemático profesional propio de cada especialidad para dirigir su aplicación en una variedad de situaciones, de forma profesional, comprendiendo sus limitaciones, y adaptándolo cuando sea necesario.



**E15.- Competencia para el diseño de técnicas computacionales y su análisis en los distintos ámbitos de las Matemáticas.**

Capacidad para el diseño y análisis de métodos computacionales novedosos, en los ámbitos de la Estadística, Análisis Numérico, Álgebra Computacional, Criptografía, Geometría, Optimización, y su utilización en las diversas aplicaciones en que son relevantes.

**E16.- Adquirir una visión global y comprensiva de la Investigación en Matemáticas.**

Comprende esta competencia la adquisición de una visión global de la investigación en Matemáticas, que valore la complementariedad de los enfoques matemáticos propios de cada disciplina para avanzar en el conocimiento, así como el estado actual de las líneas de investigación más activas en cada una de las áreas de conocimiento de las Matemáticas.

**E17.- Adquirir recursos y destrezas para la comunicación de resultados de investigación en Matemáticas de forma clara, ante audiencias especializadas y no especializadas.**

### 3. Objetivos

**RESULTADOS DE APRENDIZAJE:**

- Conocer varios aspectos de la interacción entre la combinatoria y el álgebra conmutativa o la geometría algebraica.
- Manejar y conocer las propiedades fundamentales de algunos objetos combinatorios ubicuos en álgebra conmutativa (retículos, politopos, grafos, ...).
- Adquirir la capacidad de manejar técnicas combinatorias (como el uso de los complejos simpliciales) para resolver algunos problemas algebraicos y geométricos.
- Comprender también que, recíprocamente, ciertos resultados algebraicos pueden utilizarse para resolver algunos problemas combinatorios.

### 4. Tabla de dedicación del estudiante a la asignatura

ACTIVIDADES PRESENCIALES	ECTS	TRABAJO PERSONAL DEL ALUMNO	ECTS
Clases teóricas y prácticas	1.4	Estudio autónomo individual o en grupo	2.0
Resolución de problemas en grupos reducidos		Preparación y redacción de ejercicios u otros trabajos	1.2
Clases con ordenador en el aula de informática		Programación/experimentación u otros trabajos con ordenador/laboratorio	
Tutorías y seminarios, incluyendo presentaciones de trabajos y ejercicios propuestos.	0.8	Documentación: consultas bibliográficas, Internet...	0.4
Sesiones de evaluación	0.2		
<b>Total presencial</b>	<b>2.4</b>	<b>Total personal</b>	<b>3.6</b>



## 5. Contenidos

- Bases de Gröbner para ideales y módulos, resoluciones libres, teorema de las sicigias de Hilbert
- Complejos simpliciales y homología simplicial, su utilización en álgebra conmutativa y en geometría algebraica.
- Resoluciones multigraduadas de ideales y álgebras monomiales, series de Hilbert multigraduadas.
- Ideales monomiales, ideales libres de cuadrados y polarización, ideales y álgebras asociados a grafos, anillos de Stanley-Reisner, dualidad de Alexander, fórmula de Hochster.
- Ideales tóricos, programación entera, polinomio de Ehrhart.
- Polinomios enumeradores y series de Poincaré.

## 6. Actividades docentes

La primera parte consistirá en una exposición por parte del profesor de los conceptos generales de Álgebra Conmutativa y de Geometría Algebraica que se necesitarán para la asignatura: resoluciones libres, bases de Gröbner para módulos, función y serie de Hilbert, mapping cone, etc.

En la segunda parte de la asignatura, se expondrán algunos métodos combinatorios de utilidad en Álgebra Conmutativa y en Geometría Algebraica: ideales de Stanley-Reisner, complejos simpliciales (y celulares), fórmula de Hochster, dualidad de Alexander, polarización, etc.

En la tercera parte de la asignatura, los alumnos elegirán un tema donde se pone de manifiesto el uso de métodos combinatorios en Álgebra Conmutativa y en Geometría Algebraica que prepararán y expondrán en clase: resolución de Eliahou-Kervaire, resoluciones monomiales, resoluciones celulares, sicigias de las álgebras tóricas, etc.

## 7. Evaluación

Trabajo individual a lo largo de la asignatura, exposición del mismo y seguimiento: al menos un 60%

Pruebas objetivas: a lo sumo un 40%

## 8. Bibliografía básica

- D. Cox, J. Little, D. O'Shea: *Using Algebraic Geometry*, Graduate Texts in Mathematics **185**, Springer, 2005. 2<sup>nd</sup>. Edition. Xii+572 pp. ISBN: 0-387-20706-6
- D. Eisenbud: *Commutative Algebra with a view toward Algebraic Geometry*, Graduate Texts in Mathematics **150**, Springer, 1994. Xvi+785 pp. ISBN: 0-387-94268-8; 0-387-94269-6
- V. Ene, J. Herzog: *Gröbner bases in Commutative Algebra*, Graduate Studies in Mathematics 130, American Mathematical Society, 2012. xii+164 pp. ISBN: 978-0-8218-7287-1
- J. Herzog, T. Hibi: *Monomial ideals*, Graduate Texts in Mathematics **260**, Springer, 2011. Xvi+305 pp. ISBN: 978-0-85729-105-9
- E. Miller, B. Sturmfels: *Combinatorial Commutative Algebra*, Graduate Texts in Mathematics **227**, Springer, 2005. Xiv+417 pp. ISBN: 0-387-22356-8
- I. Peeva: *Graded syzygies*, Algebra and Applications **14**, Springer, 2011. Xii+302 pp. ISBN: 978-0-85729-176-9



- R. H. Villarreal: *Monomial algebras, Monographs and Textbooks in Pure and Applied Mathematics* **238**, Marcel Dekker, 2001. X+455 pp. ISBN: 0-8247-0524-6.

## 9. Bibliografía complementaria

- A. M. Bigatti, P. Gimenez, E. Sáenz-de-Cabezón (Eds.): *Monomial Ideals, Computations and Applications*, Lecture Notes in Mathematics **2083**, Springer, 2013. xii+194 pp. ISBN: 978-3-642-38741-8. <https://www.springer.com/gp/book/9783642387418>
- A. M. Bigatti, P. Gimenez, E. Sáenz-de-Cabezón (Eds.): *Computations and Combinatorics in Commutative Algebra (EACA School, Valladolid 2013)*, Lecture Notes in Mathematics **2176**, Springer, 2017. viii+127 pp. ISBN: 978-3-319-51318-8. <https://www.springer.com/la/book/9783319513188>
- A. Campillo, P. Gimenez: *Syzygies of affine toric varieties*, Journal of Algebra **225**, pp. 1423-161, 2000.
- O. Fernández-Ramos: *Graded Betti numbers of edge ideals*, Tesis Doctoral, Universidad de Valladolid, 2012. <http://uvadoc.uva.es/handle/10324/1769>
- O. Fernández-Ramos, P. Gimenez: *Regularity 3 in edge ideals associated to bipartite graphs*, Journal of Algebraic Combinatorics **39**, pp. 919-937, 2014.
- U. Martínez-Peñas: *Una introducción a la teoría de sicigias*, Trabajo de Fin de Grado, Grado en Matemáticas, Universidad de Valladolid, 2013. <http://uvadoc.uva.es/handle/10324/3516>
- U. Martínez-Peñas: *Resoluciones celulares*, Trabajo de Fin de Máster, Máster en Investigación en Matemáticas, Universidad de Valladolid, 2014. <http://uvadoc.uva.es/handle/10324/6338>
- M. Morán Cañón: *La Teoría de Morse Discreta aplicada al estudio de las resoluciones celulares*, Trabajo de Fin de Máster, Máster en Investigación en Matemáticas, Universidad de Valladolid, 2017. <http://uvadoc.uva.es/handle/10324/26093>