

**Guía docente de la asignatura**

<b>Asignatura</b>	Álgebra Conmutativa y Computacional		
<b>Materia</b>	Álgebra y Geometría Algebraica		
<b>Curso</b>	2019-20		
<b>Titulación</b>	Grado de Matemáticas		
<b>Plan</b>	394	<b>Código</b>	40032
<b>Periodo de impartición</b>	Primer semestre	<b>Tipo/Carácter</b>	Optativa
<b>Nivel/Ciclo</b>	Grado	<b>Curso</b>	Cuarto
<b>Créditos ECTS</b>	6		
<b>Lengua en que se imparte</b>	Español		
<b>Profesor/es responsable/s</b>	Philippe Gimenez		
<b>Datos de contacto (E-mail, teléfono...)</b>	<b>E-mail:</b> <a href="mailto:pgimenez@agt.uva.es">pgimenez@agt.uva.es</a> <b>Teléfono:</b> 983-423053 o Ext.: 3053 Despacho <b>A-310</b> de la Facultad de Ciencias		
<b>Horario de tutorías</b>	La información estará disponible en el Campus Virtual al inicio del curso		
<b>Departamento</b>	Álgebra, Análisis Matemático, Geometría y Topología		

**1. Situación / Sentido de la Asignatura****1.1 Contextualización**

Muchos objetos geométricos se describen implícitamente como el conjunto de puntos que son solución de un sistema de ecuaciones polinómicas en varias variables. El análisis global y local de estos objetos geométricos se corresponde con el de ciertas estructuras algebraicas canónicamente asociadas a los mismos. Estas estructuras algebraicas son el objeto central de estudio del Álgebra Conmutativa. Disponemos de algoritmos que permiten realizar cálculos en el estudio de los sistemas de ecuaciones algebraicas y de sus soluciones. El alumno adquirirá la formación adecuada en el uso implementado de tales algoritmos después del estudio de la noción de base de Gröbner, en que éstos se basan.

**1.2 Relación con otras materias**

Guarda cierta relación con la asignatura “Curvas Algebraicas”, que se imparte en el segundo semestre del cuarto curso de Grado.



### 1.3 Prerrequisitos

---

Aunque no es un requisito obligatorio, es casi imprescindible haber cursado (o estar cursando) las asignaturas “Matemáticas Básicas” y “Estructuras Algebraicas”, del primer y segundo curso del Grado respectivamente. La asignatura “Ecuaciones Algebraicas” del tercer curso de Grado puede resultar útil también.

## 2. Competencias

---

### 2.1 Generales

---

G1. Demostrar poseer y comprender conocimientos en el área de las Matemáticas a partir de la base de la educación secundaria general, a un nivel que, apoyado en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia en el estudio de las Matemáticas.

G2. Saber aplicar los conocimientos matemáticos a su trabajo o vocación de una forma profesional y poseer las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro del área de las Matemáticas.

G3. Tener la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes, dentro del área de las Matemáticas, para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética.

G4. Poder transmitir, tanto de forma oral como escrita, información, ideas, conocimientos, problemas y soluciones del ámbito matemático a un público tanto especializado como no especializado.

G5. Haber desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores en Matemáticas con un alto grado de autonomía.

G6. Utilizar bibliografía y herramientas de búsqueda de recursos bibliográficos en Matemáticas, incluyendo los recursos telemáticos.

G7. Leer y comprender textos científicos tanto en lengua propia como en otras de relevancia en el ámbito científico, especialmente la inglesa.

G8. Conocer y utilizar recursos informáticos de carácter general y tecnologías de la información y las comunicaciones como medios de comunicación, organización, aprendizaje e investigación.

G9. Gestionar de forma óptima, tanto en el trabajo individual como en equipo, el tiempo de trabajo y organizar los recursos disponibles, estableciendo prioridades, caminos alternativos e identificando errores lógicos en la toma de decisiones.

G10. Tener la capacidad de trabajar en equipo, aportando orden, abstracción y razonamiento lógico; comprobando o refutando razonadamente los argumentos de otras personas y contribuyendo con profesionalidad al buen funcionamiento y organización del grupo.

### 2.2 Específicas

---

E1. Comprender y utilizar el lenguaje matemático. Adquirir la capacidad para enunciar proposiciones en distintos campos de las Matemáticas, para construir demostraciones y para transmitir los conocimientos matemáticos adquiridos.

E2. Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de las Matemáticas.

E3. Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.

E4. Saber abstraer las propiedades estructurales (de objetos matemáticos, de la realidad observada, y de otros ámbitos) distinguiéndolas de aquellas puramente ocasionales y poder comprobarlas con demostraciones o refutarlas con contraejemplos, así como identificar errores en razonamientos incorrectos.

E5. Capacitar para el aprendizaje autónomo de nuevos conocimientos y técnicas.



- E6. Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otras técnicas.
- E7. Proponer, analizar, validar e interpretar modelos de situaciones reales sencillas, utilizando las herramientas matemáticas más adecuadas a los fines que se persigan.
- E8. Planificar la resolución de un problema en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.
- E9. Utilizar aplicaciones informáticas de análisis estadístico, cálculo numérico y simbólico, visualización gráfica, optimización u otras para experimentar en Matemáticas y resolver problemas.
- E10. Desarrollar programas que resuelvan problemas matemáticos utilizando para cada caso el entorno computacional adecuado.

### 3. Objetivos

Comprender las propiedades básicas de los anillos conmutativos, sus ideales primos y maximales, y los módulos sobre ellos, así como las aplicaciones entre ellos. Construir, discutir y manejar ejemplos de tales anillos y módulos. Comprender, reconocer y utilizar las nociones de localización y de anillo de fracciones y, en particular, la de localización de un anillo conmutativo en uno de sus ideales primos. Comprender la noción de anillo noetheriano y sus propiedades básicas. Conocer y manejar la descomposición primaria de un ideal en un tal anillo. Conocer algunos algoritmos en anillos de polinomios y así descubrir algunos aspectos computacionales del Álgebra Conmutativa.

### 4. Tabla de dedicación del estudiante a la asignatura

ACTIVIDADES PRESENCIALES	HORAS	ACTIVIDADES NO PRESENCIALES	HORAS
Clases teóricas	35	Estudio autónomo individual o en grupo	40
Resolución de problemas en grupos reducidos	10	Preparación y redacción de ejercicios u otros trabajos	25
Clases con ordenador en el aula de informática	10	Programación/experimentación u otros trabajos con ordenador/laboratorio	10
Tutorías y seminarios, incluyendo presentaciones de trabajos y ejercicios propuestos	5	Documentación: consultas bibliográficas, Internet ...	10
Sesiones de evaluación	5		
<b>Total presencial</b>	<b>65</b>	<b>Total no presencial</b>	<b>85</b>



## 5. Bloques temáticos<sup>1</sup>

### Bloque 1:

- 1.- Anillos conmutativos.
- 2.- Módulos sobre anillos conmutativos.
- 3.- Bases de Gröbner y sus primeras aplicaciones. Algoritmos en anillos de polinomios.
- 4.- Anillos y módulos de fracciones. Localización.
- 5.- Anillos y módulos noetherianos. Teorema de la base de Hilbert.
- 6.- Descomposición primaria. Teoremas de existencia y unicidad de Emmy Noether. Algoritmos.

Carga de trabajo en créditos ECTS:

#### a. Contextualización y justificación

Muchos objetos geométricos se describen implícitamente como el conjunto de puntos que son solución de un sistema de ecuaciones polinómicas en varias variables. El análisis global y local de estos objetos geométricos se corresponde con el de ciertas estructuras algebraicas canónicamente asociadas a los mismos. Estas estructuras algebraicas son el objeto central de estudio del Álgebra Conmutativa. Disponemos de algoritmos que permiten realizar cálculos en el estudio de los sistemas de ecuaciones algebraicas y de sus soluciones. El alumno adquirirá la formación adecuada en el uso implementado de tales algoritmos después del estudio de la noción de base de Gröbner, en que éstos se basan.

#### b. Objetivos de aprendizaje

Comprender las propiedades básicas de los anillos conmutativos, sus ideales primos y maximales, y los módulos sobre ellos, así como las aplicaciones entre ellos. Construir, discutir y manejar ejemplos de tales anillos y módulos. Comprender, reconocer y utilizar las nociones de localización y de anillo de fracciones y, en particular, la de localización de un anillo conmutativo en uno de sus ideales primos. Comprender la noción de anillo noetheriano y sus propiedades básicas. Conocer y manejar la descomposición primaria de un ideal en un tal anillo. Conocer algunos algoritmos en anillos de polinomios y así descubrir algunos aspectos computacionales del Álgebra Conmutativa.

Al finalizar la asignatura, los estudiantes serán capaces, en particular, de utilizar paquetes informáticos especializados en cálculos polinomiales para tratar ejemplos no triviales y dar respuesta a cuestiones como el problema de pertenencia, la eliminación de variables, la inyectividad y sobreyectividad de una aplicación polinomial, el cálculo de la intersección y del cociente de ideales polinomiales, la determinación de una descomposición primaria, etc.

#### c. Contenidos

Anillos conmutativos y módulos. Anillos de fracciones, localización. Anillos noetherianos. Descomposición primaria. Algoritmos en anillos de polinomios, bases de Gröbner de ideales y aplicaciones.

<sup>1</sup> *Añada tantas páginas como bloques temáticos considere realizar.*



#### d. Métodos docentes

---

Además de las clases de **teoría** y de **problemas**, se realizarán una serie de **prácticas** en el aula informática. Se utilizará el programa Singular (de libre distribución) que es un programa especializado en la realización de cálculos polinomiales.

##### Pruebas de evaluación:

Comprende tanto el examen final (teórico y práctico, con una parte en el aula de informática) como un control parcial realizado durante las horas habituales de clase.

#### e. Evaluación

---

La calificación se obtendrá de la forma siguiente:

##### Evaluación mediante examen final:

El 50-70% de la calificación corresponderá a un examen final escrito que incluirá la entrega de una práctica realizada en el aula informática.

##### Evaluación continua:

El 30-50% restante será la nota media de un control parcial realizado durante las horas de clase habituales, de un trabajo entregado y presentado también durante las horas de clases, y de una práctica evaluable entregada a lo largo del semestre.

En la convocatoria extraordinaria, sólo se tendrá en cuenta la nota obtenida mediante el examen final (escrito y práctico). La nota de evaluación continua no se mantendrá en la convocatoria extraordinaria.

#### f. Bibliografía básica

---

- \* ATIYAH, M.F.; MACDONALD, I.G.: Introducción al álgebra conmutativa, Reverté, 1987.
- \* SHARP, R.Y.: Steps in commutative algebra, Cambridge University, 2000 (Second Edition).
- \* COX, D.; LITTLE, J.; O'SHEA, D.: Ideals, Varieties, and Algorithms : An Introduction to Computational Algebraic Geometry and Commutative Algebra, Springer, 2007 (Third Edition).

#### g. Bibliografía complementaria

---

- \* EISENBUD, D.: Commutative Algebra with a view toward Algebraic Geometry, GTM 150, Springer, 1994.
- \* REID, M.: Undergraduate Commutative Algebra, Cambridge University, 1995.

#### h. Recursos necesarios

---

Aparte de los habituales, utilizaremos los ordenadores del aula de informática de la Facultad de Ciencias. El software requerido se utilizará online por lo que no requiere una previa instalación en el ordenador.