



Guía docente de la asignatura

Asignatura	Geometría de Curvas y Superficies		
Materia	Topología y Geometría Diferencial		
Curso	2019-2020		
Plan	394	Código	40018
Periodo de impartición	1º Cuatrimestre	Tipo	Obligatoria
Nivel/Ciclo	Grado	Curso	Tercero
Créditos ECTS	9		
Lengua en que se imparte	Español		
Profesor/es responsable/s	Carolina Ana Núñez Jiménez		
Datos de contacto (E-mail, teléfono...)	Despacho A312, Facultad de Ciencias. Tfno: 983423054 e-mail: anunez@agt.uva.es		
Horario	Ver página web de la Facultad		
Departamento	Álgebra, Análisis Matemático, Geometría y Topología		



1. Relación con otras materias y prerequisites

Conocimiento de: espacios euclídeos y su topología, álgebra lineal y multilineal, cálculo infinitesimal, diferenciación de funciones de varias variables reales. Todos ellos están contenidos en las asignaturas Topología, Algebra y Geometría Lineales I y II, y Análisis Matemático.

2. Competencias

2.1 Generales

G1. Demostrar poseer y comprender conocimientos en el área de las Matemáticas a partir de la base de la educación secundaria general, a un nivel que, apoyado en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia en el estudio de las Matemáticas.

G2. Saber aplicar los conocimientos matemáticos a su trabajo o vocación de una forma profesional y poseer las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro del área de las Matemáticas.

G3. Tener la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes, dentro del área de las Matemáticas, para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética.

G4. Poder transmitir, tanto de forma oral como escrita, información, ideas, conocimientos, problemas y soluciones del ámbito matemático a un público tanto especializado como no especializado.

G5. Haber desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores en Matemáticas con un alto grado de autonomía.

G6. Utilizar bibliografía y herramientas de búsqueda de recursos bibliográficos en Matemáticas, incluyendo los recursos telemáticos.

G7. Leer y comprender textos científicos tanto en lengua propia como en otras de relevancia en el ámbito científico, especialmente la inglesa

G8. Conocer y utilizar recursos informáticos de carácter general y tecnologías de la



información y las comunicaciones.

G9. Gestionar de forma óptima, tanto en el trabajo individual como en equipo, el tiempo de trabajo y organizar los recursos disponibles, estableciendo prioridades, caminos alternativos e identificando errores lógicos en la toma de decisiones.

G10. Haber desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores en Matemáticas con un alto grado de autonomía.

2.2 Específicas

E1. Comprender y utilizar el lenguaje matemático. Adquirir la capacidad para enunciar proposiciones en distintos campos de las Matemáticas, para construir demostraciones y para transmitir los conocimientos matemáticos adquiridos.

E2. Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de las Matemáticas.

E3. Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.

E4. Saber abstraer las propiedades estructurales (de objetos matemáticos, de la realidad observada, y de otros ámbitos) distinguiéndolas de aquellas puramente ocasionales y poder comprobarlas con demostraciones o refutarlas con contraejemplos, así como identificar errores en razonamientos incorrectos.

E5. Capacitar para el aprendizaje autónomo de nuevos conocimientos y técnicas.

E6. Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otras técnicas.

E7. Proponer, analizar, validar e interpretar modelos de situaciones reales sencillas, utilizando las herramientas matemáticas más adecuadas a los fines que se persigan.

E8. Planificar la resolución de un problema en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.

E9. Utilizar aplicaciones informáticas de análisis estadístico, cálculo numérico y simbólico, visualización gráfica, optimización u otras para experimentar en Matemáticas y resolver problemas.



3. Objetivos

Usar métodos de cálculo diferencial e integral y de topología para el estudio de curvas y superficies en el espacio euclídeo.

Conocer y saber parametrizar algunas curvas clásicas. Manejar el triedro de Frenet para el estudio local de curvas. Comprender las nociones de curvatura y torsión, sus propiedades y métodos de cálculo.

Conocer y saber parametrizar algunas superficies clásicas, incluyendo las de revolución y regladas. Reconocer la naturaleza de los puntos de una superficie en el espacio. Conocer y saber calcular las curvaturas normales y las principales, la de Gauss y la media en una superficie.

Entender las geodésicas sobre una superficie y su relación con curvas de longitud mínima entre puntos de la superficie.

Entender el concepto de variedad diferenciable como abstracción del concepto de superficie.

Saber utilizar medios informáticos para la visualización de las curvas y superficies y el cálculo de sus elementos.

Conocer algunas propiedades globales de curvas y superficies.

4. Contenidos

Tema 1: Curvas en el plano y en el espacio euclídeos:

- Curvas diferenciables parametrizadas y curvas regulares. Ejemplos clásicos.
- Longitud de arco, referencia de Frenet, curvatura, torsión.
- Teoremas fundamentales de curvas en el plano y espacio.
- Algunas propiedades globales de curvas en el plano.

Tema 2: Superficies regulares en el espacio euclídeo:

- Superficies regulares: cartas locales y parametrizaciones.
- Plano tangente. Curvas sobre superficies.
- Medidas en superficies: primera forma fundamental.



- Funciones diferenciables en superficies, diferencial.
- Geometría local extrínseca: aplicación de Gauss y segunda forma fundamental. Curvatura normal. Curvaturas principales. Curvatura de Gauss y curvatura media.
- Orientación en superficies.
- Introducción a la noción de superficie y variedad abstracta.

Tema 3: Geometría local intrínseca de superficies:

- Isometrías locales, aplicaciones conformes.
- Teorema Egregio de Gauss, ecuaciones de compatibilidad.
- Derivada covariante y transporte paralelo. Geodésicas.
- Teorema de Gauss-Bonnet.

5. Métodos Docentes

Desarrollo de los contenidos de la asignatura en clase por parte del profesor, en las cuáles los alumnos podrán participar planteando sus dudas y dificultades en la comprensión de la materia y haciendo comentarios sobre lo explicado.

Clases de problemas con mayor participación de los alumnos, en las que se propondrán y resolverán ejercicios y problemas que ilustren los contenidos teóricos, ayuden a su comprensión y desarrollen el entendimiento de los estudiantes.

Algún seminario de problemas, con trabajo personal de los alumnos, tutorizados por la profesora.

Algunas sesiones utilizando software informático diseñado para la ayuda tanto en los cálculos involucrados en los ejercicios como en la representación e ilustración gráfica de las nociones teóricas.



6. Tabla de dedicación del estudiante a la asignatura

ACTIVIDADES PRESENCIALES	HORAS	TRABAJO PERSONAL DEL ALUMNO	HORAS
Clases teóricas	45	Estudio autónomo individual o en grupo	75
Resolución de problemas en grupos reducidos	25	Preparación y redacción de ejercicios u otros trabajos	40
Clases con ordenador en el aula de informática	5	Programación/experimentación u otros trabajos con ordenador/laboratorio	5
Tutorías y seminarios, incluyendo presentaciones de trabajos y ejercicios propuestos.	10	Documentación: consultas bibliográficas, Internet...	15
Sesiones de evaluación	10		
Total presencial	95	Total personal	130

7. Evaluación

La calificación final en primera convocatoria se obtendrá como el máximo de las dos siguientes:

1. Nota del examen final, en la convocatoria ordinaria de 2020.
2. Nota ponderada con la evaluación continua: un 60% de la nota corresponde al examen de la convocatoria ordinaria de 2020, y el 40% restante corresponde con actividades realizadas a lo largo del curso, mayormente un examen corto en el periodo de docencia. También se tendrá en cuenta en la evaluación continua, en menor medida, la participación en el desarrollo de la asignatura (seminarios, resolución de ejercicios propuestos, participación en clase y en el Campus Virtual, etc.).

En segunda convocatoria, la calificación será la nota obtenida en el examen final (100% de la nota, examen de la convocatoria extraordinaria en junio de 2019).

8. Bibliografía básica

Geometría diferencial de curvas y superficies / Manfredo P. do Carmo ; versión española de José Claudio Sabina de Lis.

Un curso de geometría diferencial: teoría, problemas, soluciones y prácticas con ordenador / María de los Ángeles Hernández Cifre, José Antonio Pastor González.



9. Bibliografía complementaria

Curvas y superficies / Sebastián Montiel, Antonio Ros

Geometría diferencial / Antonio López de la Rica, Agustín de la Villa Cuenca

Notas de geometría diferencial de curvas y superficies / Antonio F. Costa, Manuel Gamboa,
Ana M. Porto

Ejercicios de geometría diferencial de curvas y superficies / Antonio F. Costa, Manuel
Gamboa, Ana M. Porto

Foundations of differentiable manifolds and lie groups / Frank W. Warner

