Proyecto/Guía docente de la asignatura

Asignatura	Métodos Numéricos		
Materia	Matemáticas		
Módulo			
Titulación	Grado en Ingeniería Informática de Servicios y Aplicaciones		
Plan	413	**Código**	40807
Periodo de impartición	Semestre 2	**Tipo/Carácter**	FB
Nivel/Ciclo	Grado	**Curso**	1
Créditos ECTS	6		
Lengua en que se imparte	Castellano		
Profesor/es responsable/s	Amelia García Garrosa. Profesora Titular de Universidad. Departamento de Matemática Aplicada		
Datos de contacto (E-mail, teléfono…)	Escuela de Ingeniería Informática de Segovia. Plaza de la Universidad, 1 40005 Segovia Despachos nº 240. Segunda planta. Fase II. Campus María Zambrano Teléfono : 34 921 11 24 21 e-mail : amegar@eii.uva.es		
Departamento	Matemática Aplicada		

1. Situación / Sentido de la Asignatura

1.1 Contextualización

Esta asignatura trata sobre los fundamentos básicos del cálculo numérico, de gran utilidad en la ingeniería en general, abordando los métodos numéricos más adecuados a los problemas que aparecen actualmente en las diversas áreas de la técnica.

1.2 Relación con otras materias

No es prerrequisito de ninguna otra asignatura, pero sus conceptos matemáticos estarán presentes en múltiples asignaturas de la titulación. Por este motivo, se imparte en el primer curso.

1.3 Prerrequisitos

Los contenidos abordados en esta asignatura requieren conocimientos de Álgebra Lineal y Cálculo que son adquiridos por el alumno en el primer curso en las correspondientes asignaturas.

2. Competencias

2.1 Generales

G01 : Conocimientos generales básicos.
G03 : Capacidad de análisis y síntesis.
G05 : Comunicación oral y escrita en la lengua propia.
G07 : Habilidades básicas en el manejo del ordenador.
G09 : Resolución de problemas.
G16 : Capacidad de aplicar los conocimientos en la práctica.
G18 : Capacidad de aprender.

2.2 Específicas

E01 : Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería. Aptitud para aplicar los conocimientos sobre: álgebra lineal; cálculo diferencial e integral; **métodos numéricos**; algorítmica numérica; estadística y optimización.
E03 : Conocimientos básicos sobre el uso y programación de los ordenadores, sistemas operativos, bases de datos y **programas informáticos con aplicación en ingeniería**.
E11 : Conocimiento y aplicación de los procedimientos algorítmicos básicos de las tecnologías informáticas para diseñar soluciones a problemas, analizando la idoneidad y complejidad de los algoritmos propuestos.

3. Objetivos

- Plantear en lenguaje matemático y resolver problemas relacionados con el cálculo numérico y sus aplicaciones.
- Describir algorítmicamente la resolución de problemas de cálculo numérico, e implementarla eficientemente mediante software matemático.
- Comprender, discutir y expresar (oralmente y por escrito) conceptos y argumentos de tipo lógico matemático relacionados con el cálculo numérico.
- Manejar software matemático en aplicaciones prácticas, con un énfasis especial en la interpretación de resultados y la escritura de informes.
- Comprender la interrelación del cálculo numérico con otras materias de la titulación.

4. Contenidos y/o Bloques temáticos

Tema 1: Introducción al cálculo numérico

Carga de trabajo en créditos ECTS: 0,5

a. Contextualización y justificación

Es obligado iniciar la asignatura con este bloque de introducción al cálculo numérico, disciplina hasta ese momento desconocida por el alumno. Se dedica a exponer al estudiante los rasgos peculiares del cálculo numérico, es decir, enseñarle a convivir con errores y a apreciar la importancia del costo computacional y la eficiencia así como la estabilidad o la velocidad de convergencia en un método iterativo. En esta asignatura es imprescindible el uso del ordenador para programar y ejecutar los algoritmos numéricos. Por ello, presentaremos el lenguaje de programación Maple cuya sintaxis le resultará al alumno reconocible en otros lenguajes de programación estructurada. Este paquete de cálculo simbólico, que utilizaremos como herramienta tanto de programación como de cálculo numérico, ya es conocido de las asignaturas de matemáticas del primer cuatrimestre y por ello no supondrá un esfuerzo adicional.

b. Objetivos de aprendizaje

El estudiante será capaz de:

- Entender la necesidad de las técnicas numéricas para resolver problemas matemáticos sabiendo diferenciar entre solución exacta y solución aproximada.
- Diferenciar entre los dos aspectos a tener en cuenta al usar una técnica numérica: obtención de la aproximación y medida de la bondad de dicha aproximación.
- Representar un número real en punto flotante.
- Entender las limitaciones de representar números reales en un ordenador.
- Comprender el concepto de error, sabiendo diferenciar los errores de redondeo de los errores matemáticos.
- Saber lo que es un algoritmo numérico y cómo seleccionar el más eficiente.
- Conocer los elementos básicos de programación de Maple.
- Utilizar la programación de Maple para obtener procedimientos sencillos.
- Generar su propia librería de algoritmos que podrá utilizar a lo largo del curso.

c. Contenidos

1. Objetivos del cálculo numérico. Representación de números reales. Errores.
2. Algoritmos. Coste computacional y eficiencia.
3. Introducción a la programación con Maple.

d. Métodos docentes

1. Lección magistral: exposición de la teoría y resolución de problemas (2+1=3 horas).
2. Realización de prácticas guiadas y libres de laboratorio (4 horas).
3. Evaluación: se pospone al final del tema 3 (0 horas).
4. Estudio autónomo por parte del alumno, incluyendo realización de problemas, consulta bibliográfica, preparación de pruebas de evaluación (mínimo 6 horas).

e. Plan de trabajo

1. Iniciar con una sesión teórica
2. Revisar los ejercicios propuestos en la sesión teórica.
3. Terminar con una sesión de laboratorio (Maple) con los fundamentos de programación y resolución de problemas sencillos.

f. Evaluación

1. Realización de un examen de carácter práctico (evaluación conjunta temas 1, 2 y 3).
2. Programación de los algoritmos con Maple, de manera individual o en grupos de dos/tres alumnos.

g. Bibliografía básica

1. Sanz-Serna, J.M.: *Diez Lecciones de Cálculo Numérico.* Secretariado de Publicaciones e Intercambio Científico, Universidad de Valladolid, 2010.
2. Faires, J.D., Burden, R.L., *Métodos Numéricos*. International Thompson Editores, 2004.

h. Bibliografía complementaria

Burden, R.L., Faires, J.D.: *Análisis Numérico*. International Thompson Editores, 2002.

i. Recursos necesarios

Aula con pizarra y ordenador con proyector, sala de ordenadores con software matemático, biblioteca, sala de estudio, y despacho o seminario para tutorías.

j. Temporalización

CARGA ECTS	PERIODO PREVISTO DE DESARROLLO
0,5	1,5 semanas

Tema 2: Interpolación polinómica

Carga de trabajo en créditos ECTS: 1,4

a. Contextualización y justificación

En este bloque se trata el problema de aproximar una función usando polinomios y polinomios a trozos. Se inicia el bloque planteando el problema interpolatorio de Taylor haciendo hincapié en su carácter local. Se aprenderá a obtener polinomios de Taylor a partir de otros polinomios conocidos. Se introduce el concepto de cota para el error y se pone especial énfasis en la notación de Landau. A continuación se plantea la necesidad del polinomio interpolador de Lagrange para una aproximación más global, abordando su construcción mediante las formulaciones de Lagrange y, la más ventajosa, de Newton. Se continúa con el polinomio interpolador de Hermite, fácil de construir a partir de una tabla de diferencias divididas.
Mediante el problema de Runge, se ilustra la limitación de los polinomios interpoladores de orden elevado debido a su carácter oscilatorio. Se propone como alternativa la interpolación segmentaria, limitando el estudio a los casos lineal y cuadrático. Otros aspectos, como los *splines* cúbicos, se dejarán como alternativa para que el alumno profundice en el tema.

b. Objetivos de aprendizaje

El estudiante será capaz de:

- Entender los problemas de interpolación de Taylor, Lagrange y Hermite y las diferencias entre los tres polinomios interpoladores.
- Demostrar la existencia y unicidad de los polinomios interpoladores.
- Construir de manera algebraica el polinomio de Taylor de funciones sencillas.
- Recordar los polinomios de Taylor de algunas funciones y obtener a partir de éstos polinomios de Taylor de otras funciones utilizando operaciones comunes.
- Conocer la expresión del error del polinomio de Taylor en la forma de Lagrange y saber obtener cotas para casos sencillos.
- Comprender la utilidad de la notación de Landau.
- Construir el polinomio interpolador de Lagrange en las formas de Lagrange y Newton.
- Saber obtener cotas de los errores de los polinomios interpoladores para casos sencillos.

- Construir el polinomio interpolador de Hermite a partir de la tabla de diferencias divididas.
- Comprender la necesidad de la interpolación segmentaría.
- Construir funciones interpolantes lineales o cuadráticas a trozos.

c. Contenidos

1. Polinomio interpolador de Taylor
2. Polinomio interpolador de Lagrange: formulaciones de Lagrange y Newton.
3. Polinomio interpolador de Hermite.
4. Interpolación segmentaria.

d. Métodos docentes

1. Lección magistral: exposición de la teoría y resolución de problemas (4+3= 7 horas).
2. Realización de prácticas guiadas y libres de laboratorio (6 horas).
3. Evaluación: Conjunta con los temas 1 y 3 (0 horas).
4. Estudio autónomo por parte del alumno, incluyendo realización de problemas, consulta bibliográfica, realización de prácticas y preparación de pruebas de evaluación (mínimo 22 horas).

e. Plan de trabajo

1. Alternar sesiones teóricas y de problemas.
2. Completar con una sesión de laboratorio (Maple)

f. Evaluación

1. Realización de un examen de carácter práctico (evaluación conjunta temas 1, 2 y 3).
2. Programación de los algoritmos con Maple, de manera individual o en grupos de dos/tres alumnos.

g. Bibliografía básica

La misma para todos los bloques temáticos.

h. Bibliografía complementaria

La misma para todos los bloques temáticos.

i. Recursos necesarios

Los mismos para todos los bloques temáticos.

j. Temporalización

CARGA ECTS	PERIODO PREVISTO DE DESARROLLO
1,4	3,5 semanas

Tema 3: Derivación e integración numéricas

Carga de trabajo en créditos ECTS: 1,1

a. Contextualización y justificación

En este bloque se aborda la aproximación numérica de integrales y derivadas de funciones de una variable. Se inicia el bloque con las fórmulas de dos, tres y cinco puntos más conocidas para aproximar derivadas. Se ilustra de manera breve cómo se obtiene alguna de ellas a partir de los polinomios de Taylor. Se comenta el carácter *de mal* *puesto* de la derivación para pasar rápidamente al problema de la integración numérica sobre el que se pondrá más énfasis. Es éste un problema de mayor interés dado que las técnicas analíticas no nos permiten resolver muchos de los problemas que aparecen en la práctica. Se estudian reglas clásicas de cuadratura: punto medio, trapecio y Simpson. Para intervalos grandes se plantean las fórmulas compuestas. Se dejan otros aspectos, como el método de Romberg o la cuadratura Gaussiana, para que el alumno complete este bloque.

b. Objetivos de aprendizaje

El alumno será capaz de:

- Comprender los conceptos de grado de exactitud y orden de convergencia para una fórmula de derivación o integración numérica.
- Usar las fórmulas de dos, tres y cinco puntos para aproximar f'(x) y de tres puntos para f''(x).
- Programar dichas fórmulas de derivación para obtener las aproximaciones con el ordenador.
- Comprender porqué como método de aproximación la derivación numérica es inestable.
- Usar las fórmulas de cuadratura del punto medio, trapecio y Simpson para obtener aproximaciones a la integral de una función en un intervalo [a,b] en sus versiones simple y compuesta.
- Programar las fórmulas de cuadratura para obtener las aproximaciones con el ordenador.
- Comprender porqué son necesarias las fórmulas compuestas.

c. Contenidos

1. Derivación numérica.
2. Integración numérica: reglas simples y compuestas.

d. Métodos docentes

1. Lección magistral: exposición de la teoría y resolución de problemas (3+3= 6 horas).
2. Realización de prácticas guiadas y libres de laboratorio (4 horas).
3. Evaluación: Conjunta con los temas 1 y 2 (2 horas).
4. Estudio autónomo por parte del alumno, incluyendo realización de problemas, consulta bibliográfica, realización de prácticas y preparación de pruebas de evaluación (mínimo 18 horas).

e. Plan de trabajo

1. Alternar sesiones teóricas y de problemas.
2. Completar con una sesión de laboratorio (Maple)

f. Evaluación

1. Realización de un examen de carácter teórico-práctico (evaluación conjunta temas 1, 2 y 3).
2. Programación de los algoritmos con Maple, de manera individual o en grupos de dos/tres alumnos.

g. Bibliografía básica

La misma para todos los bloques temáticos.

h. Bibliografía complementaria

La misma para todos los bloques temáticos.

i. Recursos necesarios

Los mismos para todos los bloques temáticos.

j. Temporalización

CARGA ECTS	PERIODO PREVISTO DE DESARROLLO
1,1	3 semanas

Tema 4: Resolución numérica de ecuaciones no lineales

Carga de trabajo en créditos ECTS: 1,4

a. Contextualización y justificación

En este bloque se analiza uno de los problemas básicos de la aproximación numérica: la búsqueda de raíces o solución de una ecuación f(x)=0. Se estudian algunos de los métodos clásicos como son el de bisección, punto fijo, Newton-Rahpson o secante, dejando que el alumno investigue en otros tantos que existen en la bibliografía. Por último, se presentan los métodos de Newton y Müller para el cálculo de raíces de polinomios.

b. Objetivos de aprendizaje

El estudiante será capaz de:

- Comprender lo que es un método iterativo y saber medir la velocidad de convergencia.
- Plantear el problema de búsqueda de raíces y trasladarlo a un problema de búsqueda de punto fijo cuando sea preciso.
- Calcular soluciones a un problema para una precisión prefijada, mediante los métodos de bisección, punto fijo, Newton-Rahpson y secante haciendo uso de una calculadora.
- Programar en Maple los algoritmos vistos y utilizarlos para resolver problemas para una precisión determinada y con ayuda de un ordenador.
- Utilizar los distintos métodos para resolver un mismo problema y sacar conclusiones sobre las soluciones obtenidas.
- Elegir de manera adecuada el primer iterante para garantizar la convergencia de un algoritmo.
- Determinar el número de iteraciones necesarias para calcular un cero de una función mediante un método concreto fijado el error.
- Aplicar los objetivos anteriores a los métodos de Newton y Müller en la búsqueda de raíces de un polinomio.

c. Contenidos

1. Planteamiento del problema. Métodos iterativos iterativos. Velocidad de convergencia.
2. Método de bisección. Iteración de punto fijo. Método de Newton Raphson. Método de la secante. Condiciones y orden de convergencia.
3. Raíces de polinomios: métodos de Newton y Müller.

d. Métodos docentes

1. Lección magistral: exposición de la teoría y resolución de problemas (4+3=7horas).
2. Realización de prácticas guiadas y libres de laboratorio (6 horas).
3. Evaluación: se pospone al final del tema 5 (0 horas).
4. Estudio autónomo por parte del alumno, incluyendo realización de problemas, consulta bibliográfica, realización de prácticas y preparación de pruebas de evaluación (mínimo 22 horas).

e. Plan de trabajo

1. Alternar sesiones teóricas y de problemas.
2. Completar con una sesión de laboratorio (Maple)

f. Evaluación

1. Programación de los algoritmos con Maple, de manera individual o en grupos de dos/tres alumnos.
2. Realización de un examen de carácter práctico (evaluación conjunta de los temas 4 y 5).

g. Bibliografía básica

La misma para todos los bloques temáticos.

h. Bibliografía complementaria

La misma para todos los bloques temáticos.

i. Recursos necesarios

Los mismos para todos los bloques temáticos.

j. Temporalización

CARGA ECTS	PERIODO PREVISTO DE DESARROLLO
1,4	3,5 semanas

.

Tema 5: Métodos directos e iterativos para la resolución de sistemas lineales

Carga de trabajo en créditos ECTS: 1,4

a. Contextualización y justificación

En este bloque se estudian un conjunto de métodos dedicados a resolver sistemas lineales, problema muy frecuente en los ámbitos más diversos. La primera parte está dedicada a estudiar la eliminación Gaussiana, método directo que en un número finito de operaciones aritméticas proporciona la solución exacta del problema, sujeta sólo a errores de redondeo. Se propone la factorización LU como forma efectiva de implementar la eliminación gaussiana en un ordenador. Se introduce la estrategia de pivotaje parcial para minimizar los efectos de los errores de redondeo. Se dejarán otras factorizaciones, como la de Choleski, como opción de trabajo para el alumno. Los sistemas lineales grandes en los que hay muchos elementos nulos situados según patrones regulares pueden resolverse eficientemente usando métodos iterativos como los que se abordan en la segunda parte del bloque. Se extenderá el concepto de norma a las matrices y vectores, y se describen los conceptos de autovalor y autovector matriciales estableciendo la relación entre éstos y la convergencia de un método iterativo. Se describen los elementales métodos de Jacobi y Gauss-Seidel. Se deja para que el alumno complete este bloque el método SQR, técnica iterativa que reduce los errores más rápidamente que los anteriores. Por último, se analizan algunas cuestiones que se deben tener en cuenta cuando se utiliza una técnica, iterativa o directa, para aproximar la solución de un sistema lineal.

b. Objetivos de aprendizaje

El alumno será capaz de:

- Recordar los aspectos fundamentales de los sistemas lineales: representación en forma matricial y determinación del carácter compatible/incompatible y determinado/indeterminado.
- Implementar algorítmicamente el proceso de eliminación Gaussiana en sus dos etapas: eliminación de incógnitas y solución del sistema equivalente final.
- Conocer la relación entre la eliminación Gaussiana y la factorización LU.
- Implementar algorítmicamente el proceso de factorización LU en sus tres etapas: eliminación de incógnitas, sustitución regresiva y sustitución progresiva para poder resolver sistemas lineales en un ordenador.
- Entender la necesidad de pivotaje.

- Implementar algorítmicamente el proceso de factorización LU con pivotaje parcial para su uso en un ordenador.
- Utilizar la factorización LU para el cálculo de la inversa y el determinante de una matriz.
- Comprender los conceptos de norma vectorial y matricial.
- Calcular la norma de una matriz a través del radio espectral.
- Implementar los métodos de Jacobi y Gauss-Seidel de manera efectiva en un ordenador.
- Analizar las condiciones que garantizan la convergencia de los métodos iterativos.
- Comprender la relación entre el vector residual y la precisión en la aproximación.
- Calcular el número de condición de una matriz y usarlo para caracterizar el buen o mal acondicionamiento de una matriz.
- Resolver sistemas lineales sencillos usando calculadora y empleado los métodos vistos en el bloque.

c. Contenidos

1. Métodos directos. Eliminación Gaussiana. Factorización LU. Pivotaje.
2. Métodos iterativos. Métodos de Jacobi y Gauss-Seidel. Convergencia. Errores. Acondicionamiento.

d. Métodos docentes

1. Lección magistral: exposición de la teoría y resolución de problemas (4+3= 6horas).
2. Realización de prácticas guiadas y libres de laboratorio (6 horas).
3. Evaluación: Conjunta de los temas 4 y 5 (2 horas).
4. Estudio autónomo por parte del alumno, incluyendo realización de problemas, consulta bibliográfica, realización de prácticas y preparación de pruebas de evaluación (mínimo 22 horas).

e. Plan de trabajo

1. Alternar sesiones teóricas y de problemas.
2. Completar con una sesión de laboratorio (Maple)

f. Evaluación

1. Programación de los algoritmos con Maple, de manera individual o en grupos de dos/tres alumnos.
2. Realización de un examen de carácter teórico-práctico (evaluación conjunta temas 4 y 5).

g. Bibliografía básica

La misma para todos los bloques temáticos.

h. Bibliografía complementaria

La misma para todos los bloques temáticos.

i. Recursos necesarios

Los mismos para todos los bloques temáticos.

j. Temporalización

CARGA ECTS	PERIODO PREVISTO DE DESARROLLO
1,4	3,5 semanas

5. Métodos docentes y principios metodológicos

1. Prácticas en aula: resolución de problemas.
2. Lección magistral: exposición de la teoría
3. Realización de prácticas guiadas y libres de laboratorio con software específico

6. Tabla de dedicación del estudiante a la asignatura

ACTIVIDADES PRESENCIALES	HORAS	ACTIVIDADES NO PRESENCIALES	HORAS
Clases teóricas	17	Estudio y trabajo autónomo individual	65
Clases prácticas	13	Estudio y trabajo autónomo grupal	25
Laboratorios	26		
Evaluación	4		
Total presencial	**60**	**Total no presencial**	**90**

7. Sistema y características de evaluación

INSTRUMENTO/PROCEDIMIENTO	PESO EN LA NOTA FINAL	OBSERVACIONES
A. Realización de dos pruebas de carácter práctico (laboratorio)	0,2	Temas 1-3 y temas 4-5
B. Realización de un examen de carácter teórico-práctico (aula)	0,7	Todos los temas.
C. Realización de prácticas de ordenador	0,1	Varias entregas a lo largo del curso

CRITERIOS DE CALIFICACIÓN
• **Convocatoria ordinaria:** La calificación se obtendrá a partir de las notas de las dos pruebas de laboratorio realizadas a lo largo del cuatrimestre (A) que aportarán el 20% de la calificación. A esta calificación se sumará la nota obtenida en el **examen ordinario** de carácter teórico-práctico (B) y la de las prácticas de ordenador (C) que aportarán el 70% y 10% restantes. • **Convocatoria extraordinaria:** La calificación se obtendrá de forma análoga a partir de las notas de las dos pruebas de laboratorio realizadas a lo largo del cuatrimestre (A) que aportarán el 20% de la calificación. A esta calificación se sumará la nota obtenida en el **examen extraordinario** de carácter teórico-práctico (B) y la de las prácticas de ordenador (C) que aportarán el 70% y 10% restantes.

8. Consideraciones finales