Proyecto/Guía docente de la asignatura

Asignatura	Geometría Diferencial en Física		
Materia	Matemáticas		
Módulo	Especialización en Física Matemática		
Titulación			
Plan		**Código**	
Periodo de impartición	Segundo cuatrimestre	**Tipo/Carácter**	OP
Nivel/Ciclo	Máster	**Curso**	
Créditos ECTS	3		
Lengua en que se imparte	Español, pero dependiendo del alumnado puede ser en inglés		
Profesor/es responsable/s	José M. Izquierdo Rodríguez		
Datos de contacto (E-mail, teléfono…)	e-mail: izquierd@fta.uva.es, Tel.: 983423263		
Departamento	Física Teórica		

1. Situación / Sentido de la Asignatura

1.1 Contextualización

La geometría diferencial juega, desde principios del siglo pasado, un importante papel en las teorías físicas. Por ejemplo, es crucial en la formulación de la gravedad de Einstein, y también, útil a la hora de entender los campos de gauge y los sistemas dinámicos. También está en la base de propuestas recientes como la supergravedad y las supercuerdas.

1.2 Relación con otras materias

Esta signatura sienta las bases de geometría diferencial que se osan en otras del Máster como Grupos y Álgebras de Lie en Física, Topología y Física, Defectos topológicos y Geometría del Espacio-Tiempo

1.3 Prerrequisitos

Las asignaturas de matemáticas de los estudios de física. También sería útil haber cursado la asignatura de gravitación y Cosmología del grado de Física de la Universidad de Valladolid, o alguna equivalente.

2. Competencias

2.1 Generales

G1. Capacidad de aplicación de conocimientos adquiridos.
G2. Capacidad crítica, de análisis y síntesis.
G4. Capacidad de aprendizaje autónomo.
C5. Capacidad para establecer algoritmos para abordar problemas con soluciones múltiples.
C6. Capacidad para optimizar recursos.
C10. Conocimiento de las bases teóricas de estudio de la física.
C11. Conocimiento de los sistemas físicos en la frontera del conocimiento.

2.2 Específicas

- Manejo preciso de la capacidad abstractiva matemática.
- Conocimiento de sistemas físicos avanzados basados en la no linealidad.
- Interpretación de las bases fundamentales de la Física Teórica

3. Objetivos

Que los alumnos adquieran familiaridad con técnicas de geometría diferencial avanzada que sean aplicables en varias ramas de las matemáticas y de la Física Teórica, de manera que sean capaces de iniciar un proyecto de investigación.

4. Contenidos y/o bloques temáticos

Bloque 1: Geometría Diferencial en Física

Carga de trabajo en créditos ECTS: 3

a. Contextualización y justificación

Véase la contextualización general

b. Objetivos de aprendizaje

Véanse los objetivos generales

c. Contenidos

Tensores sobre un espacio vectorial de dimensión finita V : Bases y coordenadas, producto tensorial y contracci_on interior, cambio de base.

Algebra exterior: p-formas, producto cuña, bases y coordenadas. Operador de Hodge, dualidad.

Variedades diferenciales: Cartas locales, compatibilidad, atlas, estructura diferenciable. Subvariedad.
Aplicaciones entre variedades: Representantes locales, aplicaciones diferenciables, difeomorfismos, aplicaciones de clase C^r.

Derivaciones y espacio tangente. Coordenadas en la variedad tangente. Aplicaci_on tangente, representación local.

Campos vectoriales y derivaciones. Fibrados, fibrado vectorial y secciones. Paréntesis de Lie de campos vectoriales. Transformación de un campo vectorial por un difeomorfismo. Espacio cotangente, tensores sobre una variedad y algebra exterior. Pull-back por una aplicación de una forma diferencial.

Cálculo diferencial e integral sobre variedades. Derivación y antiderivación en un álgebra graduada. Producto interior, diferencial exterior y Derivada de Lie. Cohomología de de Rham: codiferencial, Laplaciano, Lema de Poincaré, números de Betti. Variedad orientable. Formas de volumen. Integraci_on en variedades. Variedad con borde. Teorema de Stokes. Operador borde y homología.

Sistemas diferenciales sobre variedades: Integración de campos vectoriales. Grupo local de difeomorfismos. Sistemas diferenciales exteriores. Variedad integral. Sistemas diferenciales de Pfaff.

Conexiones: Motivación. Derivación covariante. Transporte paralelo. Torsión y curvatura. Coordenadas. Holonomía.
Variedades Riemannianas: Tensor métrico. Conexiones Riemannianas. Propiedades de simetría del tensor de Riemann. Tensores de Ricci y Einstein. Curvatura seccional. Curvas en una variedad y fórmulas de de Frenet. Subvariedad y ecuaciones de Weingarten. Superficies en R^3

Variedades simplécticas: Campos vectoriales Hamiltonianos y corchetes de Poisson.

Variedades complejas: Definición. Cohomología de Dolbeault, números de Hodge. Variedades Kahlerianes e hiperKahlerianas, relaciónn con la supersimetría.

English version

Tensors on a finite-dimensional vector space V : Bases and coordinates, tensor product, inner contraction, change of basis.

Exterior algebra: p-forms, wedge product, bases and coordinates. Hodge operator, duality.

Differentiable manifolds: Local charts, compatibility, atlas, differentiable structure. Submanifold.

Mappings between manifolds: Local representatives, differentiable mappings, diffeomorphisms, mappings of class C^r.
Derivations and tangent space. Coordinates on the tangent manifold.
Tangent mapping, local representative.

Vector fields and derivations. Fibre bundles, vector bundles and sections.
Lie brackets of vector fields. Transformed vector field by a diffeomorphism.
Cotangent space, tensors on a manifold and exterior algebra. Pull-back by a mapping of a differential form.

Differential and integral calculus on manifolds. derivation and antiderivation on a graded algebra. Inner product, exterior differential and Lie derivative. de Rham cohomology: codifferential, Laplacian, Poincare's lemma, Betti numbers. Orientable manifold. Volume forms. Integration on manifolds. manifolds with boundary and homology.

Differential systems on manifolds : Integration of vector fields. Local group of diffeomorphisms. Exterior differential systems. Integral manifold. Pfaff differential systems.

Connections: Motivation. Dovariant derivation. Parallel transport. Torsion and curvature. Coordinates. Holonomy.
Riemannian manifolds: Metric tensor. Riemannian connections. Symmetry properties of the Riemann tensor. Ricci and Einstein tensors. Sectional curvature. Curves on a manifold and Frenet formulas. Submanifold and Weingarten equations, surfaces in R^3.

Symplectic manifolds: Hamiltonian vector fields and Poisson brackets.

Complex manifolds: Definition. Doulbeault Cohomology, Hodge numbers. Kahler and hyperKahler manifolds, connection with supersymmetry.

d. Métodos docentes

Se usarán explicaciones teóricas en la pizarra y ejercicios propuestos.

e. Plan de trabajo

Desarrollo por parte del profesor de los conceptos teóricos clave de cada sección.
Propuesta de ejercicios del capítulo para que sean resueltos por los alumnos.

f. Evaluación

La evaluación consistirá en la resolución, por parte de los alumnos, de ejercicios propuestos por el profesor. Dependiendo del desarrollo del curso, se podrá realizar además un breve examen de conceptos básicos.

g. Bibliografía básica

M. Nakahara, “Geometry, Topology and Physics”, IOP Publishing 2003

R. Abraham and J.E. Marsden “Foundations of mechanics”, Addison-Wesley 1987

Y. Choquet-Bruhat, C. DeWitt-Morette, and M. Dillard-Bleick, “Analysis, Manifolds and Physiscs”,Elsevier 1982

h. Bibliografía complementaria

i. Recursos necesarios

j. Temporalización

CARGA ECTS	PERIODO PREVISTO DE DESARROLLO
3	4 semanas

Añada tantas páginas como bloques temáticos considere realizar.

5. Métodos docentes y principios metodológicos

6. Tabla de dedicación del estudiante a la asignatura

ACTIVIDADES PRESENCIALES	HORAS	ACTIVIDADES NO PRESENCIALES	HORAS
Clases teóricas	30	Estudio y trabajo autónomo individual	30
		Estudio y trabajo autónomo grupal	15
Total presencial	**30**	**Total no presencial**	**45**

7. Sistema y características de la evaluación

INSTRUMENTO/PROCEDIMIENTO	PESO EN LA NOTA FINAL	OBSERVACIONES
Examen de ejercicios propuestos	100%	

CRITERIOS DE CALIFICACIÓN
• **Convocatoria ordinaria:** o Examen de ejercicios propuestos • **Convocatoria extraordinaria:** o Examen de ejercicios propuestos

8. Consideraciones finales

En uso de la libertad de cátedra reconocida en la Constitución Española, ha de entenderse que, en función de los planteamientos académicos del profesor que imparta esta asignatura, alguna de las consideraciones generales aquí establecidas podrán variar, lo cual se hará constar en la información actualizada disponible en la Intranet y accesible a los alumnos matriculados.