

**Proyecto/Guía docente de la asignatura**

Se debe indicar de forma fiel cómo va a ser desarrollada la docencia. Esta guía debe ser elaborada teniendo en cuenta a todos los profesores de la asignatura. Conocidos los espacios y profesorado disponible, se debe buscar la máxima presencialidad posible del estudiante siempre respetando las capacidades de los espacios asignados por el centro y justificando cualquier adaptación que se realice respecto a la memoria de verificación. Si la docencia de alguna asignatura fuese en parte online, deben respetarse los horarios tanto de clase como de tutorías). La planificación académica podrá sufrir modificaciones de acuerdo con la actualización de las condiciones sanitarias.

<b>Asignatura</b>	Singularidades		
<b>Materia</b>	Álgebra		
<b>Módulo</b>	Formación avanzada		
<b>Titulación</b>	Máster en Matemáticas		
<b>Plan</b>	645	<b>Código</b>	55021
<b>Periodo de impartición</b>	Segundo cuatrimestre	<b>Tipo/Carácter</b>	Optativa
<b>Nivel/Ciclo</b>	Postgrado	<b>Curso</b>	1º
<b>Créditos ECTS</b>	6		
<b>Lengua en que se imparte</b>	Castellano. Opcional en Inglés si hay alumnos que lo requieran		
<b>Profesor/es responsable/s</b>	Félix Delgado de la Mata		
<b>Datos de contacto (E-mail, teléfono...)</b>	<a href="mailto:fdelgado@agt.uva.es">fdelgado@agt.uva.es</a> , 983423050		
<b>Departamento</b>	Álgebra, Análisis Matemático, Geometría y Topología		



## 1. Situación / Sentido de la Asignatura

---

### 1.1 Contextualización

---

Asignatura de la materia de Álgebra del Máster en Matemáticas, dedicada a una primera aproximación al estudio local de singularidades en dimensión baja, con énfasis en los invariantes de dichas singularidades.

### 1.2 Relación con otras materias

---

Esta asignatura comparte puntos de vista y técnicas comunes con las asignaturas:

- Álgebra Conmutativa, Álgebra combinatoria, Seminario de Álgebra (materia: Álgebra)
- Geometría algebraica, Geometría analítica real y compleja, Topología avanzada y Geometría de sistemas dinámicos (materia: Geometría y Topología).

### 1.3 Prerrequisitos

---

Aunque no es un requisito obligatorio, es recomendable tener conocimientos de nivel inicial-medio sobre Variedades Diferenciables, Variable compleja y Álgebra Conmutativa a nivel del Grado en Matemáticas.



## 2. Competencias

### 2.1 Generales

#### **G1.- Conocimiento del método científico.**

Conocer el método científico, en particular en el ámbito de las Matemáticas, formulando modelos e hipótesis de trabajo relevantes y planificando el análisis en relación con dichas hipótesis y la discusión de las conclusiones, de modo que se pueda avanzar en el conocimiento de las Matemáticas.

#### **G2.- Competencia para aplicar los conocimientos adquiridos.**

Aplicar los conocimientos técnicos adquiridos, de forma coherente y profesional, sobre todo en contextos novedosos o en constante renovación, que impliquen la realización de una actividad matemática.

#### **G3.- Capacidad crítica, de análisis y síntesis, y capacidad de interpretación.**

Emitir juicios críticos sobre propuestas, hipótesis y validez científica de las conclusiones, así como sintetizar la presentación de propuestas y resultados, en el ámbito de las Matemáticas y de sus aplicaciones.

#### **G4.- Competencias metodológicas.**

Elegir la metodología más adecuada para el desarrollo de la investigación de un problema, adaptándola al contexto en el que se origina el problema.

#### **G5.- Capacidad para reconocer la originalidad y creatividad.**

Reconocer la originalidad en la concepción, formulación y resolución de problemas matemáticos.

#### **G6.- Capacidades de comunicación.**

Presentar, de forma oral y escrita, y tanto ante públicos especializados como no especializados, resultados avanzados de investigación en Matemáticas, teniendo en cuenta los antecedentes en la investigación, las hipótesis de trabajo, los desarrollos y las conclusiones.

#### **G7.- Capacidad de trabajo en equipo.**

Desarrollar una actividad matemática dentro de un equipo de investigación, bajo supervisión o de forma autónoma, pero al servicio de un proyecto investigador común, que puede ser multidisciplinar.

#### **G8.- Capacidad para el uso de las nuevas tecnologías.**

Adquirir destrezas generales en el uso de las nuevas tecnologías en el ámbito de la actividad matemática, facilitando su utilización en ámbitos diversos, así como el conocimiento de las herramientas informáticas disponibles más importantes.

#### **G10.- Capacidad de aprendizaje autónomo.**

Adquirir las destrezas necesarias para el aprendizaje autónomo en el ámbito de las Matemáticas, conociendo las fuentes de conocimiento para dicho aprendizaje y su utilización, y motivando el aprendizaje a lo largo de la vida en el ejercicio de la actividad matemática.

#### **G11.- Competencias para la internacionalización de la actividad profesional en Matemáticas.**

Adquirir competencias que favorezcan el desarrollo de una actividad profesional en Matemáticas en contextos internacionales, especialmente mediante el uso de un idioma extranjero, usualmente el inglés, para la comunicación en el ámbito científico internacional de los resultados de la actividad investigadora.

### 2.2 Específicas

#### **E1.- Adquisición de destrezas técnicas generales en el ámbito de una o varias áreas de las Matemáticas.**

Utilizar de forma profesional el lenguaje y las técnicas avanzadas propias de estas áreas, para favorecer la interpretación fluida de las fuentes especializadas correspondientes, así como la formulación adecuada de nuevos problemas.

#### **E2.- Capacidad de comprensión de las bases teóricas y técnicas en las que se apoyan los conceptos y métodos de las materias propias de las Matemáticas.**

Adquirir el corpus teórico que sustenta los conceptos y métodos de las materias propias de alguna de las áreas de las Matemáticas, y la capacidad para un manejo experto y fluido de dichos conocimientos.

#### **E3.- Capacidad para iniciarse en la investigación y/o aplicación de las Matemáticas.**



Adquirir competencias suficientes para iniciar un proyecto de investigación en alguna de las áreas de conocimiento de Matemáticas, de forma supervisada, y en particular, en relación con las líneas de investigación que se ofertan en el Programa de Doctorado en Matemáticas de la Universidad de Valladolid. Alternativamente conseguir competencias que le permitan la colaboración en proyectos interdisciplinares en los que el uso de las técnicas y el pensamiento matemáticos resultan fundamentales.

**E4.- Capacidad y destrezas para la gestión de las fuentes bibliográficas de la investigación.**

Buscar y gestionar documentación y bibliografía especializada, en el ámbito específico de la especialización que le sea propia; usar ésta de modo racional y crítico para determinar el estado del arte en un determinado problema, y dominar los recursos bibliográficos pertinentes.

**E5.- Capacidad de aplicar y adaptar los modelos teóricos y las técnicas específicas tanto a problemas abiertos en su línea de especialización, como a problemas provenientes de otros ámbitos ya sean científicos o técnicos.**

Adaptar los modelos teóricos propios de cada una de las disciplinas de las Matemáticas para el estudio de problemas abiertos relacionados o para el análisis de otros problemas provenientes de los ámbitos científicos, sociales o tecnológicos.

**E6.- Capacidad de analizar problemas, detectando el posible uso de modelos matemáticos para contribuir a su comprensión y resolución.**

Analizar nuevas situaciones para identificar la aplicación de modelos matemáticos, existentes o de nuevo diseño, que contribuyan a la comprensión y solución de los problemas planteados.

**E7.- Capacidad de exponer y defender proyectos y trabajos de investigación en el ámbito de sus líneas de especialización, así como de mantener debates científicos sobre los mismos, ya sean estos propios o adquiridos.**

Exponer y defender proyectos y trabajos de investigación en el ámbito propio de la especialización adquirida, tanto para defender las tesis propias como para debatir con juicio crítico con terceros, en una relación entre pares.

**E8.-** Discernir entre las diferentes orientaciones de las técnicas específicas que concurren en la comprensión y resolución de un problema, comprendiendo la oportunidad y el uso de cada una de ellas individualmente, así como la cooperación entre ellas de cara a la resolución global del problema.

**E9.- Capacidad de comprender nuevos avances y perspectivas científicas en el ámbito de la investigación en las líneas de su especialización.**

Comprender la formulación de nuevos avances y las perspectivas que éstos abren.

**E10.- Capacidad de detectar líneas de trabajo emergentes en el ámbito de las Matemáticas o de sus aplicaciones, identificando la relación, origen e influencia con el estado de conocimiento propio de cada una de las especializaciones de las Matemáticas.**

Reconocer líneas de trabajo emergentes en el ámbito de las Matemáticas o de sus aplicaciones, identificando las interrelaciones existentes con cada una de las especialidades.

**E11.- Capacidad para modelar matemáticamente fenómenos de la realidad y describir, en el ámbito de esos fenómenos, la relevancia de los resultados matemáticos.**

Proponer y ajustar modelos matemáticos, deterministas o estocásticos, continuos o discretos, en el estudio de problemas concretos, estudiando sus propiedades y la teoría matemática que sustenta su uso.

**E12.- Capacidad para el ajuste de modelos matemáticos.**

Valorar la idoneidad de un modelo matemático en un problema concreto, estudiando sus propiedades y manejando las herramientas de ajuste y diagnóstico necesarias.

**E16.-** Adquirir recursos y destrezas para la comunicación de resultados en Matemáticas de forma clara, ante audiencias especializadas y no especializadas.



### 3. Objetivos

Comprender los conceptos básicos que definen las singularidades de ecuaciones algebraicas, con énfasis en las curvas en espacios de dimensión dos. Detectar los elementos algebraicos y geométricos que aparecen en ellas, como tangente, anillo local, multiplicidad. Adquirir las técnicas y algoritmos que permiten resolver las ecuaciones en las singularidades: desarrollos de Puiseux y polígonos de Newton. Conjuguar el aspecto teórico del álgebra conmutativa y la geometría algebraica con el uso práctico de series formales y convergentes. Familiarizarse con las ideas de equivalencia formal, analítica y topológica de singularidades e invariantes asociados. Dominar las sucesiones de explosiones puntuales como herramienta de resolución y de clasificación





#### 4. Contenidos

---

La asignatura consta de un solo bloque.

##### a. Contextualización y justificación

---

Ya descritos en el apartado 1

##### b. Objetivos de aprendizaje

---

Ya descritos en el apartado 3

##### c. Contenidos

---

Algoritmo de Newton y resolución en series de Puiseux de ecuaciones algebraicas. Puntos singulares de curvas, ramas. Explosiones y puntos infinitamente próximos. Desingularización de curvas por explosiones. Invariantes de equisingularidad. Introducción a la clasificación formal, topológica y analítica. Singularidades de superficie.

##### d. Métodos docentes

---

• **Clases Teóricas:**

Por este tipo de actividad se entiende las clases en las que el profesor presenta el corpus teórico de la asignatura: conceptos, métodos y aplicaciones. Corresponde en gran medida al concepto de lección magistral, aunque se entiende que el profesor puede contar con otros recursos docentes e informáticos. Lleva consigo una interacción con el alumno más limitada que en otras actividades. Estas clases magistrales pueden también ser de exposición de técnicas de resolución de problemas.

• **Resolución de problemas:**

Esta actividad comprende clases en las que se resuelven ejercicios, problemas y cuestiones, previamente planteadas a los alumnos, y a instancia de éstos. Para favorecer la participación del alumno en estas clases y la adquisición de competencias genéricas de comunicación y discusión científicas, estas clases contarán con una dinámica en la que el alumno podrá exponer sus métodos de solución.

• **Tutorías y seminarios, incluyendo presentaciones de trabajos y ejercicios propuestos.**

En este apartado se incluyen varios tipos de actividades, todas ellas con la componente común de servir de fomento y apoyo del aprendizaje autónomo de los alumnos con la asistencia del profesor. Entre este tipo de actividades se incluirán: (i) talleres de aprendizaje, que favorezcan el trabajo en grupo; (ii) exposición de trabajos propuestos y/o presentación de resultados; (iii) Tutorías, tanto individualizadas como de grupo

##### e. Plan de trabajo

---

##### f. Evaluación

---



Ver apartado 7

**g Material docente**

*Esta sección será utilizada por la Biblioteca para etiquetar la bibliografía recomendada de la asignatura (curso) en la plataforma Leganto, integrada en el catálogo Almena y a la que tendrán acceso todos los profesores y estudiantes. Es fundamental que las referencias suministradas este curso estén actualizadas y sean completas. Los profesores tendrán acceso, en breve, a la plataforma Leganto para actualizar su bibliografía recomendada ("Listas de Lecturas") de forma que en futuras guías solamente tendrán que poner el enlace permanente a Leganto, el cual también se puede poner en el Campus Virtual.*

**g.1 Bibliografía básica**

- E. Casas-Alvero. Singularities of Plane Curves. London Mathematical Society Lecture Note Series. 276. 2000.
- C.T.C. Wall. Singular Points of Plane Curves. London Mathematical Society. Student Texts 63. 2004.
- E. Brieskorn & H. Knorrer. Plane Algebraic Curves. Birkhauser, 1981.
- F. Kirwan. Complex Algebraic Curves. Cambridge University Press. 1992.
- E. Casas-Alvero. Algebraic Curves, the Brill and Noether Way. Universitext. Springer. 2019.

**g.2 Bibliografía complementaria**

- A.Campillo. Algebraic Curves in positive characteristic. Lecture Notes in Mathematics.713. Springer, 1980.
- B. Teissier. Complex curve singularities: A biased introduction. Proc. Trieste Singularity Theory. World Scientific Pub. 2007.
- J. Milnor. Singular Points of Complex Hypersurfaces. Princeton Univ. Press. Princeton, 1968
- A.Dimca: Singularities and Topology of hypersurfaces. Universitext. Springer, 1992.

**g.3 Otros recursos telemáticos (píldoras de conocimiento, blogs, videos, revistas digitales, cursos masivos (MOOC), ...)**

Material suministrado por el profesor a través del Campus virtual: resúmenes de contenidos, desarrollo de algunos temas, ejercicios.

**h. Recursos necesarios**

- Campus virtual
- Acceso al material bibliográfico.
- Acceso a internet.

**i. Temporalización**

CARGA ECTS	PERIODO PREVISTO DE DESARROLLO

*Añada tantas páginas como bloques temáticos considere realizar.*

**5. Métodos docentes y principios metodológicos**

Clases teóricas.

Resolución de problemas en el aula.

Tutorías y seminarios, incluyendo presentaciones de trabajos y ejercicios propuestos.

**6. Tabla de dedicación del estudiante a la asignatura**

ACTIVIDADES PRESENCIALES o PRESENCIALES A DISTANCIA <sup>(1)</sup>	HORAS	ACTIVIDADES NO PRESENCIALES	HORAS
Clases teóricas	30	Estudio autónomo	50
Seminarios y resolución de problemas	15	Preparación y redacción de ejercicios u otros trabajos	30
Sesiones de evaluación	5	Documentación: consultas bibliográficas, internet, ...	20
Total presencial	<b>50</b>	Total no presencial	<b>100</b>
TOTAL presencial + no presencial			<b>150</b>

(1) Actividad presencial a distancia es cuando un grupo sigue una videoconferencia de forma síncrona a la clase impartida por el profesor para otro grupo presente en el aula.

**7. Sistema y características de la evaluación**

INSTRUMENTO/PROCEDIMIENTO	PESO EN LA NOTA FINAL	OBSERVACIONES
Trabajos individuales o en grupo. Exposición en su caso	50%	Entrega a lo largo del curso a través del campus virtual
Resolución y entrega de Problemas. Exposición en su caso.	50%	Entrega a lo largo del curso a través del campus virtual
Examen presencial		Solo en el caso de que el estudiante no haya completado con éxito la evaluación continua.

**CRITERIOS DE CALIFICACIÓN**

- **Convocatoria ordinaria:**  
La calificación se basará en la evaluación continua de los ítems descritos en el cuadro anterior y con los porcentajes allí especificados.  
En el caso en que un estudiante no haya superado con éxito la evaluación a través de los procedimientos de evaluación continua se realizará un examen presencia con un peso máximo del 60%.
- **Convocatoria extraordinaria:**  
Se aplica el mismo criterio que en la evaluación de la convocatoria ordinaria.

**8. Consideraciones finales**