



Proyecto/Guía docente de la asignatura

Se debe indicar de forma fiel cómo va a ser desarrollada la docencia. Esta guía debe ser elaborada teniendo en cuenta a todos los profesores de la asignatura. Conocidos los espacios y profesorado disponible, se debe buscar la máxima presencialidad posible del estudiante siempre respetando las capacidades de los espacios asignados por el centro y justificando cualquier adaptación que se realice respecto a la memoria de verificación. Si la docencia de alguna asignatura fuese en parte online, deben respetarse los horarios tanto de clase como de tutorías). La planificación académica podrá sufrir modificaciones de acuerdo con la actualización de las condiciones sanitarias.

| | | | |
|--|---|----------------------|----------|
| Asignatura | Teoría de Operadores | | |
| Materia | Análisis Matemático | | |
| Módulo | Formación Avanzada | | |
| Titulación | Máster en Matemáticas | | |
| Plan | 645 | Código | 55027 |
| Periodo de impartición | Primer Cuatrimestre | Tipo/Carácter | Optativo |
| Nivel/Ciclo | Máster | Curso | Único |
| Créditos ECTS | 6 | | |
| Lengua en que se imparte | Español | | |
| Profesor/es responsable/s | Javier Sanz Gil | | |
| Datos de contacto (E-mail, teléfono...) | 983 423000 ext. 4644; email: jsanzg@am.uva.es | | |
| Departamento | Álgebra, Análisis Matemático, Geometría y Topología | | |



1. Situación / Sentido de la Asignatura

1.1 Contextualización

Asignatura de alto valor formativo que enlaza con los conocimientos de Introducción a los Espacios de Funciones del Grado en Matemáticas.

1.2 Relación con otras materias

Establece nociones fundamentales para el desarrollo de una rama de extrema importancia en Matemáticas y Física.

1.3 Prerrequisitos

Conocer los rudimentos de la Teoría de Funciones de variable real y de variable compleja, del Análisis Funcional y del Álgebra Lineal, tales como se explican en las correspondientes asignaturas del Grado en Matemáticas.

2. Competencias

2.1 Generales

G1.- Conocimiento del método científico.

Conocer el método científico, en particular en el ámbito de las Matemáticas, formulando modelos e hipótesis de trabajo relevantes y planificando el análisis en relación con dichas hipótesis y la discusión de las conclusiones, de modo que se pueda avanzar en el conocimiento de las Matemáticas.

G2.- Competencia para aplicar los conocimientos adquiridos.

Aplicar los conocimientos técnicos adquiridos, de forma coherente y profesional, sobre todo en contextos novedosos o en constante renovación, que impliquen la realización de una actividad matemática.

G3.- Capacidad crítica, de análisis y síntesis, y capacidad de interpretación.

Emitir juicios críticos sobre propuestas, hipótesis y validez científica de las conclusiones, así como sintetizar la presentación de propuestas y resultados, en el ámbito de las Matemáticas y de sus aplicaciones.

G4.- Competencias metodológicas.

Elegir la metodología más adecuada para el desarrollo de la investigación de un problema, adaptándola al contexto en el que se origina el problema.

G5.- Capacidad para reconocer la originalidad y creatividad.

Reconocer la originalidad en la concepción, formulación y resolución de problemas matemáticos.

G6.- Capacidades de comunicación.

Presentar, de forma oral y escrita, y tanto ante públicos especializados como no especializados, resultados avanzados de investigación en Matemáticas, teniendo en cuenta los antecedentes en la investigación, las hipótesis de trabajo, los desarrollos y las conclusiones.

G7.- Capacidad de trabajo en equipo.

Desarrollar una actividad matemática dentro de un equipo de investigación, bajo supervisión o de forma autónoma, pero al servicio de un proyecto investigador común, que puede ser multidisciplinar.

G9.- Capacidad para poder mantener una formación permanente.



Adquirir las destrezas necesarias para poder ampliar conocimientos y mantener una formación continua a lo largo de su vida profesional.

G10.- Capacidad de aprendizaje autónomo.

Adquirir las destrezas necesarias para el aprendizaje autónomo en el ámbito de las Matemáticas, conociendo las fuentes de conocimiento para dicho aprendizaje y su utilización, y motivando el aprendizaje a lo largo de la vida en el ejercicio de la actividad matemática.

G11.- Competencias para la internacionalización de la actividad profesional en Matemáticas.

Adquirir competencias que favorezcan el desarrollo de una actividad profesional en Matemáticas en contextos internacionales, especialmente mediante el uso de un idioma extranjero, usualmente el inglés, para la comunicación en el ámbito científico internacional de los resultados de la actividad investigadora.

2.2 Específicas (propias de la titulación)

E1.- Adquisición de destrezas técnicas generales en el ámbito de una o varias áreas de las Matemáticas.

Utilizar de forma profesional el lenguaje y las técnicas avanzadas propias de estas áreas, para favorecer la interpretación fluida de las fuentes especializadas correspondientes, así como la formulación adecuada de nuevos problemas.

E2.- Capacidad de comprensión de las bases teóricas y técnicas en las que se apoyan los conceptos y métodos de las materias propias de las Matemáticas.

Adquirir el corpus teórico que sustenta los conceptos y métodos de las materias propias de alguna de las áreas de las Matemáticas, y la capacidad para un manejo experto y fluido de dichos conocimientos.

E3.- Capacidad para iniciarse en la investigación y/o aplicación de las Matemáticas.

Adquirir competencias suficientes para iniciar un proyecto de investigación en alguna de las áreas de conocimiento de Matemáticas, de forma supervisada, y en particular, en relación con las líneas de investigación que se ofertan en el Programa de Doctorado en Matemáticas de la Universidad de Valladolid. Alternativamente conseguir competencias que le permitan la colaboración en proyectos interdisciplinarios en los que el uso de las técnicas y el pensamiento matemáticos resultan fundamentales.

E4.- Capacidad y destrezas para la gestión de las fuentes bibliográficas de la investigación.

Buscar y gestionar documentación y bibliografía especializada, en el ámbito específico de la especialización que le sea propia; usar ésta de modo racional y crítico para determinar el estado del arte en un determinado problema, y dominar los recursos bibliográficos pertinentes.

E5.- Capacidad de aplicar y adaptar los modelos teóricos y las técnicas específicas tanto a problemas abiertos en su línea de especialización, como a problemas provenientes de otros ámbitos ya sean científicos o técnicos. Adaptar los modelos teóricos propios de cada una de las disciplinas de las Matemáticas para el estudio de problemas abiertos relacionados o para el análisis de otros problemas provenientes de los ámbitos científicos, sociales o tecnológicos.

E6.- Capacidad de analizar problemas, detectando el posible uso de modelos matemáticos para contribuir a su comprensión y resolución.

Analizar nuevas situaciones para identificar la aplicación de modelos matemáticos, existentes o de nuevo diseño, que contribuyan a la comprensión y solución de los problemas planteados.

E7.- Capacidad de exponer y defender proyectos y trabajos de investigación en el ámbito de sus líneas de especialización, así como de mantener debates científicos sobre los mismos, ya sean estos propios o adquiridos.



Exponer y defender proyectos y trabajos de investigación en el ámbito propio de la especialización adquirida, tanto para defender las tesis propias como para debatir con juicio crítico con terceros, en una relación entre pares.

E8.- Discernir entre las diferentes orientaciones de las técnicas específicas que concurren en la comprensión y resolución de un problema, comprendiendo la oportunidad y el uso de cada una de ellas individualmente, así como la cooperación entre ellas de cara a la resolución global del problema.

E9.- Capacidad de comprender nuevos avances y perspectivas científicas en el ámbito de la investigación en las líneas de su especialización.

Comprender la formulación de nuevos avances y las perspectivas que éstos abren.

E10.- Capacidad de detectar líneas de trabajo emergentes en el ámbito de las Matemáticas o de sus aplicaciones, identificando la relación, origen e influencia con el estado de conocimiento propio de cada una de las especializaciones de las Matemáticas.

Reconocer líneas de trabajo emergentes en el ámbito de las Matemáticas o de sus aplicaciones, identificando las interrelaciones existentes con cada una de las especialidades.

E11.- Capacidad para modelar matemáticamente fenómenos de la realidad y describir, en el ámbito de esos fenómenos, la relevancia de los resultados matemáticos.

Proponer y ajustar modelos matemáticos, deterministas o estocásticos, continuos o discretos, en el estudio de problemas concretos, estudiando sus propiedades y la teoría matemática que sustenta su uso.

E12.- Capacidad para el ajuste de modelos matemáticos.

Valorar la idoneidad de un modelo matemático en un problema concreto, estudiando sus propiedades y manejando las herramientas de ajuste y diagnóstico necesarias.

E16.- Adquirir recursos y destrezas para la comunicación de resultados en Matemáticas de forma clara, ante audiencias especializadas y no especializadas.

3. Objetivos

Adquisición de los conceptos, técnicas y métodos básicos de la Teoría de Operadores.

4. Contenido y/o bloques temáticos

Bloque 1: Único

Carga de trabajo en créditos ECTS:

a. Contextualización y justificación

Las de la asignatura.

b. Objetivos de aprendizaje

Estudiar la resolvente y los subconjuntos del espectro de un operador: puntual, continuo, residual y esencial. Conocer las propiedades fundamentales de los operadores compactos y la alternativa de Fredholm. Manejar el concepto de operador adjunto de otro, y de operador autoadjunto, y comprender cómo se pueden generar funciones de un operador autoadjunto. Entender el teorema espectral general y captar la generalización que supone del teorema para operadores compactos. Manejar con soltura las aplicaciones del teorema a ciertas



ecuaciones funcionales, como las integro-diferenciales y el problema de Sturm-Liouville. Captar las dificultades surgidas del concepto de operador no acotado densamente definido, en particular para operadores cerrados y clausurables. Analizar los operadores autoadjuntos no acotados, y comprender cómo la transformación de Cayley los reduce a operadores normales acotados, a los que se puede aplicar un teorema espectral conocido. Comprender y manejar algunas de las muchas aplicaciones del teorema, en particular para operadores acretivos y semigrupos de operadores.

c. Contenidos

1. Topologías en el espacio de los operadores acotados
2. Operadores traspuestos
3. Espectro de un operador. Clasificación del espectro
4. Operadores compactos. Teoría de Riesz. Teorema espectral y alternativa de Fredholm
5. Operadores autoadjuntos. Teorema espectral y cálculo funcional
6. Aplicaciones para los operadores matriciales e integrales
7. Aplicaciones al problema de Sturm-Liouville
8. Operadores no acotados. Operadores cerrados, clausurables, simétricos, autoadjuntos. Teorema espectral
9. Aplicaciones: Operadores acretivos, semigrupos de operadores

d. Métodos docentes

Las actividades académicas presenciales previstas son las siguientes:

- Clases de Teoría: Desarrollo por el profesor en el aula del corpus teórico de la asignatura, generalmente en forma de lección magistral participativa.
- Clases de problemas en el aula: Comprende clases en las que se resuelven problemas y ejercicios, orientadas por el profesor, pero con intervenciones de los alumnos.
- Tutorías y seminarios: Aparte de la acción tutorial, comprende seminarios para la realización por los alumnos de problemas, bajo la supervisión del profesor, y la presentación de trabajos.
- Pruebas de evaluación: Comprende tanto los exámenes oficiales, como cualquier otra prueba que pueda realizarse a lo largo del curso.

e. Plan de trabajo

El método de trabajo será el siguiente:

- Se proporcionarán al alumno materiales docentes, ya sea elaborados por el propio profesorado de la asignatura, ya de fácil acceso en la red o en la biblioteca, para que aquel se encargue de preparar la materia con antelación a su presentación en las clases magistrales participativas o de resolución de problemas.
- Una vez realizada la explicación de cada parte teórica y práctica de la asignatura, resolviendo las dudas o cuestiones que puedan haber surgido, se pedirá que el alumno trabaje de forma individual o en grupo sobre una colección de problemas proporcionada por el profesor, que puede ser ampliada con la bibliografía propuesta.
- Parte de estos problemas serán resueltos en clase, ilustrando los resultados teóricos y desarrollando las técnicas de resolución propias de la materia.

f. Evaluación

La evaluación de cada uno de los estudiantes tendrá dos componentes diferenciadas:

1. Evaluación continua.



2. Examen final (optativo si se supera la evaluación continua).

La calificación en la evaluación continua se llevará a cabo a lo largo del curso mediante trabajos individuales y/o en grupo, la participación en el aula y en las sesiones de tutoría, la exposición de desarrollos teóricos y la resolución de problemas en la pizarra, etc. El alumno recibirá su calificación sobre 10 puntos, denotada por EC, en esta parte de la evaluación. Si EC es mayor o igual que 5, la asignatura se supera, y podrá elegir entre mantener esta como calificación de la asignatura, o presentarse al examen final, consistente en la resolución de varios problemas y cuya nota, que llamamos EX, se promediará con la anterior, siendo la calificación final el máximo entre esta media y EC.

Si EC es inferior a 5 puntos, el alumno deberá realizar el examen final, y la calificación de la asignatura será la de este examen.

En la convocatoria extraordinaria la calificación será la del examen escrito oficial.

g Material docente

Es fundamental que las referencias suministradas este curso estén actualizadas y sean completas. Los profesores tienen acceso, a la plataforma Leganto de la Biblioteca para actualizar su bibliografía recomendada ("Listas de Lecturas"). Si ya lo han hecho, pueden poner tanto en la guía docente como en el Campus Virtual el enlace permanente a Leganto.

g.1 Bibliografía básica

- Akhiezer, N. Glazman, I. : Theory of linear operators in Hilbert space. Ungar, New York, 1963
- Bachman, G. Narici, L.: Functional analysis. Springer, New York, 1966
- Brézis, H. Analyse fonctionnelle. Masson, Paris, 1983
- Conway, J. A course in functional analysis. Springer, New York, 1985
- Kreyszig, E. Introductory functional analysis with applications. John Wiley, New York, 1978
- Larsen, R. Functional analysis. Dekker, New York, 1973
- Reed, M., Simon, B.: Methods of modern mathematical physics, I: Functional analysis, IV. Theory of operators. Academic press, New York, 1972-78

h. Recursos necesarios

El profesorado de la asignatura hará accesible a los alumnos el conjunto de materiales y recursos de apoyo que considere adecuado utilizar en la preparación de la asignatura, a través de la página web de la Uva, o bien de la reprografía del centro.

i. Temporalización (por bloques temáticos)

| BLOQUE TEMÁTICO | CARGA ECTS | PERIODO PREVISTO DE DESARROLLO |
|-----------------|------------|--------------------------------|
| Único | 6 | Septiembre-Enero |

5. Métodos docentes y principios metodológicos

Se proporcionarán materiales docentes al alumno para que se encargue de preparar la materia con antelación a su presentación en las clases magistrales participativas o de resolución de problemas. Una vez realizada la explicación de cada parte teórica y práctica de la asignatura, resolviendo las dudas o cuestiones que puedan haber surgido, se pedirá que el alumno trabaje de forma individual o en grupo sobre una colección de



problemas proporcionada por el profesor, que puede ser ampliada con la bibliografía propuesta. Parte de estos problemas serán resueltos en clase, ilustrando los resultados teóricos y desarrollando las técnicas de resolución propias del Análisis Funcional. Las pruebas escritas de evaluación, tanto continua como final, consistirán en la resolución de problemas y cuestiones, por lo que el dominio de estas técnicas es indispensable.

Los resultados de las pruebas escritas de evaluación continua permitirán al alumno conocer las fortalezas y debilidades de su proceso de aprendizaje.

Se utilizará una plataforma virtual de apoyo basada en Moodle que, aparte de proporcionar los materiales básicos de la asignatura (apuntes de teoría, colecciones de problemas, exámenes resueltos de convocatorias anteriores, etc.), incorporará foros temáticos (resolución de dudas, consultas, etc.) que potenciarán la colaboración entre los estudiantes con la supervisión del profesor.

6. Tabla de dedicación del estudiante a la asignatura

| ACTIVIDADES PRESENCIALES o PRESENCIALES A DISTANCIA | HORAS | ACTIVIDADES NO PRESENCIALES | HORAS |
|---|-----------|--|-----------|
| Clases teóricas | 30 | Estudio y trabajo autónomo | 60 |
| Resolución de problemas | 15 | Preparación y redacción de ejercicios | 20 |
| Sesiones de evaluación | 3 | Consultas bibliográficas, internet,... | 10 |
| Tutorías y seminarios | 12 | | |
| Total presencial | 60 | Total no presencial | 90 |

(1) Actividad presencial a distancia es cuando un grupo sigue una videoconferencia de forma síncrona a la clase impartida por el profesor para otro grupo presente en el aula.

Se considera fundamental mantener la presencialidad en el 40% de cada crédito ECTS. Sin embargo, el calendario académico del curso 2020/21 no contempla el número de semanas lectivas necesarias para la impartición de las horas presenciales deseadas. Se intentará añadir al horario lectivo las horas adicionales necesarias para no perjudicar al alumnado en su formación, pero si esto se logra, conllevará una sobrecarga que puede no ser compatible con un ritmo adecuado de aprendizaje.

7. Sistema y características de la evaluación

| INSTRUMENTO/PROCEDIMIENTO | PESO EN LA NOTA FINAL | OBSERVACIONES |
|--------------------------------|-----------------------|----------------------|
| Pruebas de evaluación continua | 50%-100% | Ver el apartado 4.f. |
| Examen final | 0%-50% | Ver el apartado 4.f. |

CRITERIOS DE CALIFICACIÓN

- **Convocatoria ordinaria:**
 - Se aplicará el sistema de calificación indicado arriba.
- **Convocatoria extraordinaria:** Se considera únicamente la calificación del examen escrito



- | |
|--|
| <ul style="list-style-type: none">○ En la convocatoria extraordinaria la calificación resultará únicamente del examen escrito. |
|--|

8. Consideraciones finales

La planificación de la asignatura que aquí se presenta es orientativa. Si bien el objetivo es seguir lo más fielmente posible dicha planificación, no debe entenderse como algo totalmente cerrado e inflexible, sino que puede modificarse y adaptarse si las circunstancias y el desarrollo del curso así lo requieren. Cualquier cambio, de producirse, será comunicado oportunamente por el profesor.