

**Proyecto/Guía docente de la asignatura**

<b>Asignatura</b>	Geometría Analítica Real y Compleja		
<b>Materia</b>	Geometría y Topología		
<b>Módulo</b>	Formación Avanzada		
<b>Titulación</b>	Máster en Matemáticas		
<b>Plan</b>	394	<b>Código</b>	
<b>Periodo de impartición</b>	Primer Cuatrimestre	<b>Tipo/Carácter</b>	Optativo
<b>Nivel/Ciclo</b>	Máster	<b>Curso</b>	Único
<b>Créditos ECTS</b>	6		
<b>Lengua en que se imparte</b>	Español		
<b>Profesor/es responsable/s</b>	Francisco Javier Finat Codes		
<b>Datos de contacto (E-mail, teléfono...)</b>	Despacho A341. Facultad de Ciencias. email: <a href="mailto:franciscojavier.finat@uva.es">franciscojavier.finat@uva.es</a> . Edificio Innova, Lab 2.2, Tfno 983-184398. <a href="http://www.mobivap.es">www.mobivap.es</a>		
<b>Horario de tutorías</b>	Se fijará de acuerdo con las personas matriculados.		
<b>Departamento</b>	Álgebra, Análisis Matemático, Geometría y Topología		



## 1. Situación / Sentido de la Asignatura

### 1.1 Contextualización

Asignatura de alto valor formativo que enlaza con las materias de Análisis Real y Complejo y Geometría Diferencial del Grado en Matemáticas.

### 1.2 Relación con otras materias

Proporciona un marco conceptual y resultados para conectar con otras áreas (Topología Algebraica, Geometría Algebraica), así como con sus aplicaciones a la Física Teórica (Teorías de Unificación para interacciones).

### 1.3 Prerrequisitos

Conocimiento de los rudimentos de la Teoría de Funciones de variable real y de variable compleja, del Álgebra Lineal y aspectos básicos de la Geometría Diferencial, tales como se explican en las correspondientes asignaturas del Grado en Matemáticas.

## 2. Competencias

### 2.1 Generales

G1.- Conocimiento del método científico.

Conocer el método científico, en particular en el ámbito de las Matemáticas, formulando modelos e hipótesis de trabajo relevantes y planificando el análisis en relación con dichas hipótesis y la discusión de las conclusiones, de modo que se pueda avanzar en el conocimiento de las Matemáticas.

G2.- Competencia para aplicar los conocimientos adquiridos.

Aplicar los conocimientos técnicos adquiridos, de forma coherente y profesional, sobre todo en contextos novedosos o en constante renovación, que impliquen la realización de una actividad matemática.

G3.- Capacidad crítica, de análisis y síntesis, y capacidad de interpretación.

Emitir juicios críticos sobre propuestas, hipótesis y validez científica de las conclusiones, así como sintetizar la presentación de propuestas y resultados, en el ámbito de las Matemáticas y de sus aplicaciones.

G4.- Competencias metodológicas.

Elegir la metodología más adecuada para el desarrollo de la investigación de un problema, adaptándola al contexto en el que se origina el problema.

G5.- Capacidad para reconocer la originalidad y creatividad.

Reconocer la originalidad en la concepción, formulación y resolución de problemas matemáticos.

G6.- Capacidades de comunicación.

Presentar, de forma oral y escrita, y tanto ante públicos especializados como no especializados, resultados avanzados de investigación en Matemáticas, teniendo en cuenta los antecedentes en la investigación, las hipótesis de trabajo, los desarrollos y las conclusiones.

G7.- Capacidad de trabajo en equipo.

Desarrollar una actividad matemática dentro de un equipo de investigación, bajo supervisión o de forma autónoma, pero al servicio de un proyecto investigador común, que puede ser multidisciplinar.

G9.- Capacidad para poder mantener una formación permanente.



Adquirir las destrezas necesarias para poder ampliar conocimientos y mantener una formación continua a lo largo de su vida profesional.

G10.- Capacidad de aprendizaje autónomo.

Adquirir las destrezas necesarias para el aprendizaje autónomo en el ámbito de las Matemáticas, conociendo las fuentes de conocimiento para dicho aprendizaje y su utilización, y motivando el aprendizaje a lo largo de la vida en el ejercicio de la actividad matemática.

G11.- Competencias para la internacionalización de la actividad profesional en Matemáticas.

Adquirir competencias que favorezcan el desarrollo de una actividad profesional en Matemáticas en contextos internacionales, especialmente mediante el uso de un idioma extranjero, usualmente el inglés, para la comunicación en el ámbito científico internacional de los resultados de la actividad investigadora.

## 2.2 Específicas (propias de la titulación)

---

E1.- Adquisición de destrezas técnicas generales en el ámbito de una o varias áreas de las Matemáticas.

Utilizar de forma profesional el lenguaje y las técnicas avanzadas propias de estas áreas, para favorecer la interpretación fluida de las fuentes especializadas correspondientes, así como la formulación adecuada de nuevos problemas.

E2.- Capacidad de comprensión de las bases teóricas y técnicas en las que se apoyan los conceptos y métodos de las materias propias de las Matemáticas.

Adquirir el corpus teórico que sustenta los conceptos y métodos de las materias propias de alguna de las áreas de las Matemáticas, y la capacidad para un manejo experto y fluido de dichos conocimientos.

E3.- Capacidad para iniciarse en la investigación y/o aplicación de las Matemáticas.

Adquirir competencias suficientes para iniciar un proyecto de investigación en alguna de las áreas de conocimiento de Matemáticas, de forma supervisada, y en particular, en relación con las líneas de investigación que se ofertan en el Programa de Doctorado en Matemáticas de la Universidad de Valladolid. Alternativamente conseguir competencias que le permitan la colaboración en proyectos interdisciplinarios en los que el uso de las técnicas y el pensamiento matemáticos resultan fundamentales.

E4.- Capacidad y destrezas para la gestión de las fuentes bibliográficas de la investigación.

Buscar y gestionar documentación y bibliografía especializada, en el ámbito específico de la especialización que le sea propia; usar ésta de modo racional y crítico para determinar el estado del arte en un determinado problema, y dominar los recursos bibliográficos pertinentes.

E5.- Capacidad de aplicar y adaptar los modelos teóricos y las técnicas específicas tanto a problemas abiertos en su línea de especialización, como a problemas provenientes de otros ámbitos ya sean científicos o técnicos. Adaptar los modelos teóricos propios de cada una de las disciplinas de las Matemáticas para el estudio de problemas abiertos relacionados o para el análisis de otros problemas provenientes de los ámbitos científicos, sociales o tecnológicos.

E6.- Capacidad de analizar problemas, detectando el posible uso de modelos matemáticos para contribuir a su comprensión y resolución.

Analizar nuevas situaciones para identificar la aplicación de modelos matemáticos, existentes o de nuevo diseño, que contribuyan a la comprensión y solución de los problemas planteados.

E7.- Capacidad de exponer y defender proyectos y trabajos de investigación en el ámbito de sus líneas de especialización, así como de mantener debates científicos sobre los mismos, ya sean estos propios o adquiridos.



Exponer y defender proyectos y trabajos de investigación en el ámbito propio de la especialización adquirida, tanto para defender las tesis propias como para debatir con juicio crítico con terceros, en una relación entre pares.

E8.- Discernir entre las diferentes orientaciones de las técnicas específicas que concurren en la comprensión y resolución de un problema, comprendiendo la oportunidad y el uso de cada una de ellas individualmente, así como la cooperación entre ellas de cara a la resolución global del problema.

E9.- Capacidad de comprender nuevos avances y perspectivas científicas en el ámbito de la investigación en las líneas de su especialización.

Comprender la formulación de nuevos avances y las perspectivas que éstos abren.

E10.- Capacidad de detectar líneas de trabajo emergentes en el ámbito de las Matemáticas o de sus aplicaciones, identificando la relación, origen e influencia con el estado de conocimiento propio de cada una de las especializaciones de las Matemáticas.

Reconocer líneas de trabajo emergentes en el ámbito de las Matemáticas o de sus aplicaciones, identificando las interrelaciones existentes con cada una de las especialidades.

E11.- Capacidad para modelar matemáticamente fenómenos de la realidad y describir, en el ámbito de esos fenómenos, la relevancia de los resultados matemáticos.

Proponer y ajustar modelos matemáticos, deterministas o estocásticos, continuos o discretos, en el estudio de problemas concretos, estudiando sus propiedades y la teoría matemática que sustenta su uso.

E12.- Capacidad para el ajuste de modelos matemáticos.

Valorar la idoneidad de un modelo matemático en un problema concreto, estudiando sus propiedades y manejando las herramientas de ajuste y diagnóstico necesarias.

E16.- Adquirir recursos y destrezas para la comunicación de resultados en Matemáticas de forma clara, ante audiencias especializadas y no especializadas.

### 3. Objetivos

Adquisición de los conceptos, técnicas y métodos básicos para la Geometría Real y Compleja en sus aspectos local y global.

### 4. Contenido y/o bloques temáticos

#### Bloque 1: Único

Carga de trabajo en créditos ECTS:

#### a. Contextualización y justificación

Las de la asignatura.

#### b. Objetivos de aprendizaje

Comprender las relaciones entre aspectos locales y globales en términos de la  $C^f$  estructura subyacente y de las estructuras superpuestas más sencillas: fibrados vectoriales y fibrados principales. Abordar el problema de clasificación tanto en el caso absoluto (variedades y estructuras superpuestas), como relativo (aplicaciones y morfismos). Desarrollar herramientas para el cálculo explícito de  $C^f$  invariantes. Familiarizarse con las



herramientas correspondientes a aspectos morfológicos (homología) y funcionales (cohomología), así como las relaciones de dualidad entre ambos enfoques. Entender los diferentes tipos de estructuras superpuestas básicas (fibrados vectoriales y principales) a las  $C^r$  variedades, incluyendo las técnicas de clasificación y algunas de las aplicaciones más relevantes a Física Teórica e Ingeniería. Interpretar los invariantes locales en términos diferenciales, algebraicos y analíticos, y los invariantes globales en términos integrales. Entender la reformulación de resultados clásicos de estas áreas en términos topológicos como una de las claves para las Teorías de Unificación en Física Teórica en el marco de los Teoremas del índice. Mostrar una aproximación de estos enfoques a aspectos básicos de Visión Computacional y Robótica.

### c. Contenidos

---

#### **Tema 1: Linealización de variedades y aplicaciones (M1)**

- Fibrados tangente y cotangente. Campos vectoriales y formas.
- Diferencial de una aplicación. Morfismos entre fibrados.
- Campos tensoriales. Métricas y curvaturas
- Aplicaciones básicas de la Teoría de Campos

#### **Tema 2: Clasificación y Caracterización (M2)**

- Grupos y Álgebras de Lie.
- Espacios homogéneos: Esfera, Grassmannianas y variedades de banderas.
- Fibrados principales.
- Conexiones y Curvaturas en el caso diferenciable
- Una introducción a Estratificaciones analíticas.

#### **Tema 3: Invariantes en Homología y Cohomología (M3)**

- Coeficientes constantes: DeRham, Dolbeault, Hodge.
- Coeficientes variables. Elementos básicos de Teoría de Haces.
- Relaciones entre estructuras real y compleja
- Complejos bigraduados. Elementos de sucesiones espectrales.

#### **Tema 4: Algunas aplicaciones (M4)**

- Prolongación de soluciones en los casos algebraico y analítico.
- Residuos y Períodos en el caso n-dimensional.
- Una aproximación a los Teoremas del Índice para operadores diferenciales elípticos
- Algunas aplicaciones a Física Teórica e Ingeniería (Visión Computacional, Robótica).

*Nota:* Cada tema se expondrá a lo largo de un mes. Al finalizar cada mes habrá una prueba escrita. El programa propuesto se adaptará en función del perfil y los conocimientos de las personas matriculadas en la asignatura. El tema 4 será realizado de forma individual por cada alumno matriculado quien deberá elegir un tópico sobre el que realizar el trabajo. El profesor realizará una introducción a cada tema facilitará materiales de forma individualizada. Las aplicaciones a otras áreas de Física Teórica (modelo estándar para interacciones, p.e.) o Ingeniería (Robótica ó Visión Computacional) se desarrollarán en función de los intereses manifestados por las personas matriculadas a lo largo de los tres primeros meses.

-



#### **d. Métodos docentes**

---

Las actividades académicas presenciales previstas son las siguientes:

- Clases teórico-prácticas: Desarrollo por el profesor en el aula del corpus teórico de la asignatura, generalmente en forma de lección magistral participativa, incluyendo resolución de problemas con intervenciones de los alumnos.
- Tutorías y seminarios: Aparte de la acción tutorial, comprende seminarios para la realización por los alumnos de problemas, bajo la supervisión del profesor, y la presentación de un trabajo al terminar cada mes (2 capítulos)
- Pruebas de evaluación: Comprende tanto los exámenes oficiales, como la exposición y defensa del trabajo a realizar de forma individual de acuerdo con las preferencias de cada una de las personas matriculadas..

#### **e. Plan de trabajo**

---

El método de trabajo será el siguiente:

- Se proporcionarán al alumno materiales docentes, ya sea elaborados por el profesor de la asignatura, ya de fácil acceso en la red o en la biblioteca, para que aquel se encargue de preparar la materia con antelación a su presentación en las clases magistrales participativas o de resolución de problemas.
- Una vez realizada la explicación de cada parte teórica y práctica de la asignatura, resolviendo las dudas o cuestiones que puedan haber surgido, se pedirá que el alumno trabaje de forma individual o en grupo sobre una colección de materiales proporcionada por el profesor, que puede ser ampliada con la bibliografía propuesta.

#### **f. Evaluación**

---

La evaluación de cada uno de los estudiantes tendrá dos componentes diferenciadas:

1. Evaluación continua al terminar cada mes de materiales impartidos en cada tema.
2. Examen final (optativo dependiendo del resultado de la evaluación continua).

La calificación final en primera convocatoria se obtendrá como el máximo de las dos siguientes:

1. Nota del examen final, en la convocatoria ordinaria de Enero de 2022.
2. Nota ponderada con la evaluación continua: un 60% de la nota corresponde a la evaluación continua (un 20% por cada tema), y el 40% restante corresponde con el trabajo individual a realizar en relación con el tema 4. También se tendrá en cuenta en la evaluación continua, en menor medida, la participación en el desarrollo de la asignatura (seminarios, resolución de ejercicios propuestos, participación en clase y en el Campus Virtual, etc.).

En segunda convocatoria, la calificación será la nota obtenida en el examen final (100% de la nota, examen de la convocatoria extraordinaria en febrero de 2022).

#### **g Material docente**

---

##### **g.1 Bibliografía básica**

---

[Bot82] R. Bott and L.W. Tu: *Differential forms in algebraic topology*. GTM, Springer-Verlag, 1982.

[Cher72] S.S.Chern: *Complex Manifolds without Potential Theory*, Springer-Verlag.

[Hus66] D. Husemoller: *Fibre Bundles*, Springer-Verlag. 1966. Third edition, 1994.



[Kob69] S.Kobayashi and K.Nomizu: *Foundations of Differentiable Geometry*, vol.,1 (1963), vol.2 (1969) J.Wiley, Interscience.

[Mad97] I. Madsen and J. Tornehave: *From calculus to cohomology. De Rham cohomology and characteristic classes*. Cambridge University Press. 1997.

[Mil74] J. Milnor and J.D. Stasheff: *Characteristic classes*. Annals of Math. Studies No. 76. Princeton Univ. Press. 1974.

[Os82] H.Osborn: *Vector bundles. Vol. 1. Foundations and Stiefel-Whitney classes*, Pure and Appl. Math. 101, Academic Press 1982.

[Wel08] R.O. Wells: *Differential Analysis on Complex Manifolds (3rd ed)*, GTM 65, Springer-Verlag, 2008.

### Aplicaciones a Física Teórica

[Egu80] T.Eguchi, P.B.Gilkey and A.J.Hanson: "Gravitation, Gauge Theories and Differential Geometry", *Physics Reports* 66, nº 6, 213-393, 1980.

[Fra97] T.Frankel: *The Geometry of Physics - An Introduction*, Cambridge Univ. Press, 1997, 2004, 2012,

[Nak90] M.Nakahara: *Geometry, Topology and Physics*, Adam Hilger, 1990.

## h. Recursos necesarios

El profesorado de la asignatura hará accesible a los alumnos el conjunto de materiales y recursos de apoyo que considere adecuado utilizar en la preparación de la asignatura, a través de la página web de la Uva, o bien de la reprografía del centro.

## i. Temporalización (por bloques temáticos)

BLOQUE TEMÁTICO	CARGA ECTS	PERIODO PREVISTO DE DESARROLLO
Único	6	Septiembre-Enero

## 5. Métodos docentes y principios metodológicos

Se proporcionarán materiales docentes al alumno para que se encargue de preparar la materia con antelación a su presentación en las clases magistrales participativas o de resolución de problemas. Una vez realizada la explicación de cada parte teórica y práctica de la asignatura, resolviendo las dudas o cuestiones que puedan haber surgido, se pedirá que el alumno trabaje de forma individual o en grupo sobre una colección de cuestiones y problemas proporcionada por el profesor, que puede ser ampliada con la bibliografía propuesta. Parte de estos problemas serán resueltos en clase, ilustrando los resultados teóricos y desarrollando las técnicas de resolución propias de Geometría y Topología. Las pruebas escritas de evaluación, tanto continua como final, consistirán en la resolución de problemas y cuestiones, por lo que el dominio de estas técnicas es indispensable.

Los resultados de las pruebas escritas de evaluación continua permitirán al alumno conocer las fortalezas y debilidades de su proceso de aprendizaje.



Se utilizará una plataforma virtual de apoyo basada en la web que, aparte de proporcionar los materiales básicos de la asignatura (apuntes de teoría, colecciones de problemas, etc.), incorporará foros temáticos (resolución de dudas, consultas, etc.) que potenciarán la colaboración entre los estudiantes con la supervisión del profesor.

## 6. Tabla de dedicación del estudiante a la asignatura

ACTIVIDADES PRESENCIALES o PRESENCIALES A DISTANCIA	HORAS	ACTIVIDADES NO PRESENCIALES	HORAS
Clases teóricas	30	Estudio y trabajo autónomo	60
Resolución de problemas	15	Preparación y redacción de ejercicios	20
Sesiones de evaluación	3	Consultas bibliográficas, internet,...	10
Tutorías y seminarios	12		
<b>Total presencial</b>	<b>60</b>	<b>Total no presencial</b>	<b>90</b>

(1) Actividad presencial a distancia es cuando un grupo sigue una videoconferencia de forma síncrona a la clase impartida por el profesor para otro grupo presente en el aula.

Se considera fundamental mantener la presencialidad en el 40% de cada crédito ECTS. Sin embargo, el calendario académico del curso 2021/22 no contempla el número de semanas lectivas necesarias para la impartición de las horas presenciales deseadas. Se intentará añadir al horario lectivo las horas adicionales necesarias para no perjudicar al alumnado en su formación, pero si esto se logra, conllevará una sobrecarga que puede no ser compatible con un ritmo adecuado de aprendizaje.

## 7. Sistema y características de la evaluación

INSTRUMENTO/PROCEDIMIENTO	PESO EN LA NOTA FINAL	OBSERVACIONES
Pruebas de evaluación continua	60%	Ver el apartado 4.f.
Examen final	40-100%	Ver el apartado 4.f.

### CRITERIOS DE CALIFICACIÓN

- **Convocatoria ordinaria:**
  - Se aplicará el sistema de calificación indicado arriba.
- **Convocatoria extraordinaria:**
  - En la convocatoria extraordinaria la calificación resultará únicamente del examen escrito.

## 8. Consideraciones finales

La planificación de la asignatura que aquí se presenta es orientativa. Si bien el objetivo es seguir lo más fielmente posible dicha planificación, no debe entenderse como algo totalmente cerrado e inflexible, sino que puede





modificarse y adaptarse si las circunstancias y el desarrollo del curso así lo requieren. Cualquier cambio, de producirse, será comunicado oportunamente por el profesor.

## Adenda a la Guía Docente de la asignatura

### A4. Contenidos y/o bloques temáticos

#### Bloque 1: ÚNICO

Carga de trabajo en créditos ECTS:

#### c. Contenidos Adaptados a formación online

Los indicados en el apartado 4 de la Guía, contemplando la reducción adecuada de la parte teórica en lo tocante a demostraciones que no sean esenciales para el correcto manejo de los resultados teóricos y su aplicación.

#### d. Métodos docentes online

La docencia es inicialmente presencial. Se impartirán clases en pizarra que, en su caso, podrán ser seguidas por videoconferencia, que los alumnos podrán seguir desde sus equipos informáticos. Se considera que la docencia clásica en pizarra es la idónea para la transmisión del conocimiento matemático, y los sistemas de videoconferencia disponibles (Webex de la Uva) permiten la interacción inmediata entre profesor y alumnos. Se requerirá el acceso del profesor a un aula equipada con pizarra, y la clase se transmitirá con el sistema de videoconferencia del aula si lo hubiera, o en su defecto se utilizará un portátil con cámara web de alta definición.

#### e. Plan de trabajo online

Sin modificaciones con respecto a la Guía.

#### f. Evaluación online

Como en la Guía.

#### i. Temporalización

CARGA ECTS	PERIODO PREVISTO DE DESARROLLO
6	Septiembre-enero

### A5. Métodos docentes y principios metodológicos

Como en la Guía.

**A6. Tabla de dedicación del estudiante a la asignatura**

ACTIVIDADES PRESENCIALES A DISTANCIA <sup>(2)</sup>	HORAS	ACTIVIDADES NO PRESENCIALES	HORAS
Clases teóricas	30	Estudio y trabajo autónomo	60
Resolución de problemas	15	Preparación y redacción de ejercicios	20
Sesiones de evaluación	3	Consultas bibliográficas, internet,...	10
Tutorías y seminarios	12		
<b>Total presencial</b>	<b>60</b>	<b>Total no presencial</b>	<b>90</b>

<sup>(2)</sup> Actividad presencial a distancia en este contexto es cuando el grupo sigue por videoconferencia la clase impartida por el profesor en el horario publicado para la asignatura, o cuando se realiza una prueba de evaluación con videocámara y micrófono abiertos para la supervisión del profesor y la consulta de dudas.

Se considera fundamental mantener la presencialidad en el 40% de cada crédito ECTS. Sin embargo, el calendario académico del curso 2020/21 no contempla el número de semanas lectivas necesarias para la impartición de las horas presenciales deseadas. Se intentará añadir al horario lectivo las horas adicionales necesarias para no perjudicar al alumnado en su formación, pero si esto se logra, conllevará una sobrecarga que puede no ser compatible con un ritmo adecuado de aprendizaje.

**A7. Sistema y características de la evaluación**

INSTRUMENTO/PROCEDIMIENTO	PESO EN LA NOTA FINAL	OBSERVACIONES
Pruebas de evaluación continua	60%	Ver el apartado 4.f.
Examen final	40%-100%	Ver el apartado 4.f.

**CRITERIOS DE CALIFICACIÓN**

- **Convocatoria ordinaria:**
  - Se aplicará el sistema de calificación indicado arriba.
- **Convocatoria extraordinaria:**
  - En la convocatoria extraordinaria la calificación resultará únicamente del examen escrito.