

**Proyecto/Guía docente de la asignatura**

Se debe indicar de forma fiel como va a ser desarrollada la docencia en la Nueva Normalidad. Esta guía debe ser elaborada teniendo en cuenta todos los profesores de la asignatura. Conocidos los espacios y profesorado disponible, se debe buscar la máxima presencialidad posible del estudiante siempre respetando las capacidades de los espacios asignados por el centro y justificando todas las adaptaciones que se realicen respecto a la memoria de verificación Si la docencia de alguna asignatura fuese en parte online, deben respetarse los horarios tanto de clase como de tutorías).

<b>Asignatura</b>	Integración Geométrica		
<b>Materia</b>	Matemática Aplicada		
<b>Módulo</b>			
<b>Titulación</b>	Máster Universitario en Matemáticas		
<b>Plan</b>	645	<b>Código</b>	
<b>Periodo de impartición</b>	Segundo cuatrimestre	<b>Tipo/Carácter</b>	Optativo
<b>Nivel/Ciclo</b>		<b>Curso</b>	
<b>Créditos ECTS</b>	3		
<b>Lengua en que se imparte</b>	Castellano		
<b>Profesor/es responsable/s</b>	María Paz Calvo Cabrero y Begoña Cano Urdiales		
<b>Datos de contacto (E-mail, teléfono...)</b>	<a href="mailto:mariapaz.calvo@uva.es">mariapaz.calvo@uva.es</a> , <a href="mailto:bcano@uva.es">bcano@uva.es</a>		
<b>Departamento</b>	Matemática Aplicada		



## 1. Situación / Sentido de la Asignatura

### 1.1 Contextualización

La integración geométrica es la integración de problemas diferenciales teniendo en cuenta características geométricas de los mismos. Más concretamente, trata de la construcción y análisis de métodos numéricos que intentan conservar propiedades cualitativas que poseen algunos problemas diferenciales. Entre dichas propiedades están la simplecticidad, la reversibilidad respecto de una involución y la conservación de invariantes. El hecho de que el método numérico herede propiedades cualitativas del problema continuo conlleva también beneficios desde el punto de vista cuantitativo, es decir, limita el tamaño de los errores y la dirección de los mismos.

El término 'Integración Geométrica' fue acuñado por Jesús María Sanz Serna y utilizado posteriormente con asiduidad en la bibliografía.

### 1.2 Relación con otras materias

La asignatura está relacionada tanto con la asignatura optativa 'Ecuaciones Diferenciales Avanzadas', por su estudio de las propiedades cualitativas de algunos problemas diferenciales continuos, como con la asignatura también optativa 'Análisis Numérico de Problemas de Evolución', que realiza un estudio de las discretizaciones de problemas diferenciales, aunque sea de forma más general.

### 1.3 Prerrequisitos

No se establecen prerrequisitos, aunque es recomendable tener conocimientos básicos de Cálculo Numérico y de Solución Numérica de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias.

## 2. Competencias

Generales: G1, G2, G3, G4, G5, G6, G8, G9, G10

Específicas: E1, E2, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E9, E10, E11, E12, E13, E14, E15, E16

### 2.1 Generales

#### **G1.- Conocimiento del método científico.**

Conocer el método científico, en particular en el ámbito de las Matemáticas, formulando modelos e hipótesis de trabajo relevantes y planificando el análisis en relación con dichas hipótesis y la discusión de las conclusiones, de modo que se pueda avanzar en el conocimiento de las Matemáticas.

#### **G2.- Competencia para aplicar los conocimientos adquiridos.**

Aplicar los conocimientos técnicos adquiridos, de forma coherente y profesional, sobre todo en contextos novedosos o en constante renovación, que impliquen la realización de una actividad matemática.

#### **G3.- Capacidad crítica, de análisis y síntesis, y capacidad de interpretación.**

Emitir juicios críticos sobre propuestas, hipótesis y validez científica de las conclusiones, así como sintetizar la presentación de propuestas y resultados, en el ámbito de las Matemáticas y de sus aplicaciones.

#### **G4.- Competencias metodológicas.**

Elegir la metodología más adecuada para el desarrollo de la investigación de un problema, adaptándola al contexto en el que se origina el problema.

#### **G5.- Capacidad para reconocer la originalidad y creatividad.**

Reconocer la originalidad en la concepción, formulación y resolución de problemas matemáticos.



**G6.- Capacidades de comunicación.**

Presentar, de forma oral y escrita, y tanto ante públicos especializados como no especializados, resultados avanzados de investigación en Matemáticas, teniendo en cuenta los antecedentes en la investigación, las hipótesis de trabajo, los desarrollos y las conclusiones.

**G8.- Capacidad para el uso de las nuevas tecnologías.**

Adquirir destrezas generales en el uso de las nuevas tecnologías en el ámbito de la actividad matemática, facilitando su utilización en ámbitos diversos, así como el conocimiento de las herramientas informáticas disponibles más importantes.

**G9.- Capacidad para poder mantener una formación permanente.**

Adquirir las destrezas necesarias para poder ampliar conocimientos y mantener una formación continua a lo largo de su vida profesional.

**G10.- Capacidad de aprendizaje autónomo.**

Adquirir las destrezas necesarias para el aprendizaje autónomo en el ámbito de las Matemáticas, conociendo las fuentes de conocimiento para dicho aprendizaje y su utilización, y motivando el aprendizaje a lo largo de la vida en el ejercicio de la actividad matemática.

---

## 2.2 Específicas

---

**E1.- Adquisición de destrezas técnicas generales en el ámbito de una o varias áreas de las Matemáticas.**

Utilizar de forma profesional el lenguaje y las técnicas avanzadas propias de estas áreas, para favorecer la interpretación fluida de las fuentes especializadas correspondientes, así como la formulación adecuada de nuevos problemas.

**E2.- Capacidad de comprensión de las bases teóricas y técnicas en las que se apoyan los conceptos y métodos de las materias propias de las Matemáticas.**

Adquirir el corpus teórico que sustenta los conceptos y métodos de las materias propias de alguna de las áreas de las Matemáticas, y la capacidad para un manejo experto y fluido de dichos conocimientos.

**E3.- Capacidad para iniciarse en la investigación y/o aplicación de las Matemáticas.**

Adquirir competencias suficientes para iniciar un proyecto de investigación en alguna de las áreas de conocimiento de Matemáticas, de forma supervisada, y en particular, en relación con las líneas de investigación que se ofertan en el Programa de Doctorado en Matemáticas de la Universidad de Valladolid. Alternativamente conseguir competencias que le permitan la colaboración en proyectos interdisciplinarios en los que el uso de las técnicas y el pensamiento matemáticos resultan fundamentales.

**E4.- Capacidad y destrezas para la gestión de las fuentes bibliográficas de la investigación.**

Buscar y gestionar documentación y bibliografía especializada, en el ámbito específico de la especialización que le sea propia; usar ésta de modo racional y crítico para determinar el estado del arte en un determinado problema, y dominar los recursos bibliográficos pertinentes.

**E5.- Capacidad de aplicar y adaptar los modelos teóricos y las técnicas específicas tanto a problemas abiertos en su línea de especialización, como a problemas provenientes de otros ámbitos ya sean científicos o técnicos.**

Adaptar los modelos teóricos propios de cada una de las disciplinas de las Matemáticas para el estudio de problemas abiertos relacionados o para el análisis de otros problemas provenientes de los ámbitos científicos, sociales o tecnológicos.

**E6.- Capacidad de analizar problemas, detectando el posible uso de modelos matemáticos para contribuir a su comprensión y resolución.**

Analizar nuevas situaciones para identificar la aplicación de modelos matemáticos, existentes o de nuevo diseño, que contribuyan a la comprensión y solución de los problemas planteados.

**E7.- Capacidad de exponer y defender proyectos y trabajos de investigación en el ámbito de sus líneas de especialización, así como de mantener debates científicos sobre los mismos, ya sean estos propios o adquiridos.**

Exponer y defender proyectos y trabajos de investigación en el ámbito propio de la especialización adquirida, tanto para defender las tesis propias como para debatir con juicio crítico con terceros, en una relación entre pares.



**E8.-** Discernir entre las diferentes orientaciones de las técnicas específicas que concurren en la comprensión y resolución de un problema, comprendiendo la oportunidad y el uso de cada una de ellas individualmente, así como la cooperación entre ellas de cara a la resolución global del problema.

**E9.- Capacidad de comprender nuevos avances y perspectivas científicas en el ámbito de la investigación en las líneas de su especialización.**

Comprender la formulación de nuevos avances y las perspectivas que éstos abren.

**E10.- Capacidad de detectar líneas de trabajo emergentes en el ámbito de las Matemáticas o de sus aplicaciones, identificando la relación, origen e influencia con el estado de conocimiento propio de cada una de las especializaciones de las Matemáticas.**

Reconocer líneas de trabajo emergentes en el ámbito de las Matemáticas o de sus aplicaciones, identificando las interrelaciones existentes con cada una de las especialidades.

**E11.- Capacidad para modelar matemáticamente fenómenos de la realidad y describir, en el ámbito de esos fenómenos, la relevancia de los resultados matemáticos.**

Proponer y ajustar modelos matemáticos, deterministas o estocásticos, continuos o discretos, en el estudio de problemas concretos, estudiando sus propiedades y la teoría matemática que sustenta su uso.

**E12.- Capacidad para el ajuste de modelos matemáticos.**

Valorar la idoneidad de un modelo matemático en un problema concreto, estudiando sus propiedades y manejando las herramientas de ajuste y diagnóstico necesarias.

**E13.- Capacidad para la utilización de las nuevas tecnologías en el ámbito de las Matemáticas y de sus aplicaciones.**

Utilizar métodos computacionales, según el ámbito de estudio de su especialidad, para explorar la frontera del conocimiento en las distintas disciplinas de las Matemáticas, así como en sus aplicaciones.

**E14.- Conocimiento con carácter general del software matemático de carácter profesional en las distintas disciplinas de las Matemáticas, y capacidad para orientar su aplicación según las situaciones y comprender sus limitaciones.**

Conocer el software matemático profesional propio de cada especialidad para dirigir su aplicación en una variedad de situaciones, de forma profesional, comprendiendo sus limitaciones, y adaptándolo cuando sea necesario.

**E15.- Competencia para el diseño de técnicas computacionales y su análisis en los distintos ámbitos de las Matemáticas.**

Diseñar y analizar métodos computacionales novedosos, en los ámbitos de la Estadística, Análisis Numérico, Álgebra Computacional, Criptografía, Geometría, Optimización, y su utilización en las diversas aplicaciones en que son relevantes.

**E16.-** Adquirir recursos y destrezas para la comunicación de resultados en Matemáticas de forma clara, ante audiencias especializadas y no especializadas.

### 3. Objetivos

Conocer los fundamentos de la integración geométrica en el marco de los sistemas Hamiltonianos y de los problemas reversibles. Conocer las principales familias de métodos simplécticos y de métodos simétricos, adquiriendo experiencia computacional en la implementación de los mismos y en el análisis de los resultados que producen.

### 4. Contenidos y/o bloques temáticos

#### Bloque 1: "Integración simpléctica de sistemas Hamiltonianos"

Carga de trabajo en créditos ECTS: 1,5

##### a. Contextualización y justificación

El hecho de que el flujo asociado a un sistema Hamiltoniano sea simpléctico hace plantearse el estudio de integradores que generen soluciones numéricas que compartan esa misma propiedad.

## b. Objetivos de aprendizaje

---

Caracterizar los métodos simplécticos dentro de la familia de los métodos Runge-Kutta. Establecer condiciones de orden que determinen la precisión de los métodos dentro de la familia de métodos Runge-Kutta simplécticos. Estudiar el comportamiento de dichos métodos con respecto a la aproximación del Hamiltoniano, tanto cuando se utilizan con paso fijo como con paso variable. Analizar el comportamiento del error en la integración del problema de Kepler.

## c. Contenidos

---

1. Sistemas Hamiltonianos. Ejemplos.
2. Transformaciones simplécticas. Caracterización.
3. Métodos Runge-Kutta simplécticos. Caracterización y condiciones de orden.
4. Otras familias de métodos simplécticos.
5. Análisis regresivo de los errores.
6. Métodos simplécticos y paso variable.
7. Crecimiento del error con el tiempo en la integración del problema de Kepler.
8. Técnicas de paso variable que conservan el carácter simpléctico.

## d. Métodos docentes

---

Se utilizarán los siguientes métodos docentes:

1. La clase magistral o teórica: Comprende la exposición ordenada del programa, incluyendo tanto aspectos teóricos como ejemplos completos en su desarrollo. Los profesores también plantearán problemas que ayuden a entender la esencia de los métodos numéricos estudiados.
2. El laboratorio de informática: En este tipo de clase los profesores plantearán problemas para cuya resolución los alumnos tendrán que programar algunos de los métodos numéricos estudiados. Los resultados obtenidos con estos programas permitirán ilustrar que el comportamiento de los métodos se ajusta a los criterios utilizados en la construcción de los mismos.
3. La tutoría: La tutoría es el intercambio de ideas entre los alumnos y el profesor en relación con cualquier aspecto de la asignatura, que incluye la aclaración de dudas y la solución de problemas no abordados en clase.

## e. Plan de trabajo

---

Mediante los métodos expuestos anteriormente, se irán abordando cada uno de los contenidos del bloque, al mismo tiempo que se irán proponiendo problemas a los alumnos para que afiancen la teoría explicada. También se les pedirá que completen por su cuenta las prácticas de ordenador para que se enfrenten ellos mismos a las dificultades en la implementación de los algoritmos y adquieran destrezas que les permitan solventarlas.

## f. Evaluación

---

Se evaluará de forma continua, a partir de la entrega de los problemas y prácticas de ordenador propuestos, aunque también se contemplará la realización de un examen final global para matizar la calificación, si se considera necesario.



### g Material docente

*Esta sección será utilizada por la Biblioteca para etiquetar la bibliografía recomendada de la asignatura (curso) en la plataforma Leganto, integrada en el catálogo Almena y a la que tendrán acceso todos los profesores y estudiantes. Es fundamental que las referencias suministradas este curso estén actualizadas y sean completas. Los profesores tendrán acceso, en breve, a la plataforma Leganto para actualizar su bibliografía recomienda ("Listas de Lecturas") de forma que en futuras guías solamente tendrán que poner el enlace permanente a Leganto, el cual también se puede poner en el Campus Virtual.*

#### g.1 Bibliografía básica

J. M. Sanz-Serna & M. P. Calvo, Numerical Hamiltonian Problems, Dover Publications Inc., Mineola, New York, 2018.

#### g.2 Bibliografía complementaria

E. Hairer, G. Wanner & C. Lubich, Geometric Numerical Integration, Structure-Preserving Algorithms for Ordinary Differential Equations, Springer-Verlag, 2006.

S. Blanes & F. Casas. A Concise Introduction to Geometric Numerical Integration. CRC Press, Boca Raton, 2016.

B. J. Leimkuhler & S. Reich, Simulating Hamiltonian dynamics, Cambridge monographs on applied and computational mathematics, Cambridge: Cambridge University, 2004.

#### g.3 Otros recursos telemáticos (píldoras de conocimiento, blogs, videos, revistas digitales, cursos masivos (MOOC), ...)

### h. Recursos necesarios

Se utilizará MATLAB para la realización de las prácticas de laboratorio.

### i. Temporalización

CARGA ECTS	PERIODO PREVISTO DE DESARROLLO
1.5	Primera mitad de las semanas previstas para la asignatura en el calendario del máster

## Bloque 2: "Integración simétrica de sistemas reversibles"

Carga de trabajo en créditos ECTS: 1,5

### a. Contextualización y justificación

Se verá que para los sistemas diferenciales que son reversibles con respecto a una involución, la reversibilidad de la aplicación flujo es heredada por los métodos simétricos.



## **b. Objetivos de aprendizaje**

Relacionar la simetría de los métodos con el carácter reversible de la aplicación flujo. Caracterizar los métodos Runge-Kutta y lineales multipaso simétricos. Estudiar el crecimiento del error en el problema de Kepler al utilizar métodos simétricos. Estudiar técnicas para conservar la simetría con una implementación adaptativa.

## **c. Contenidos**

1. Sistemas reversibles. Ejemplos.
2. Integradores de un paso y lineales multipaso reversibles.
3. Integradores simétricos. Relación con integradores reversibles.
4. Caracterización de métodos Runge-Kutta simétricos. Aplicación a métodos de colocación.
5. Análisis regresivo de los errores para métodos de un paso simétricos y reversibles.
6. Crecimiento del error con el tiempo en la integración del problema de Kepler con métodos de un paso simétricos.
7. Técnicas de paso variable simétricas para métodos de un paso.
8. Caracterización de métodos lineales multipaso simétricos para ecuaciones de primer y segundo orden.
9. Desarrollo asintótico del error para métodos lineales multipaso y crecimiento del error con el tiempo en la integración del problema de Kepler con dichos métodos.

## **d. Métodos docentes**

Se utilizarán los siguientes métodos docentes:

1. La clase magistral o teórica: Comprende la exposición ordenada del programa, incluyendo tanto aspectos teóricos como ejemplos completos en su desarrollo. Los profesores también plantearán problemas que ayuden a entender la esencia de los métodos numéricos estudiados.
2. El laboratorio de informática: En este tipo de clase, los profesores plantearán problemas para cuya resolución los alumnos tendrán que programar algunos de los métodos numéricos estudiados. Los resultados obtenidos con estos programas permitirán ilustrar que el comportamiento de los métodos se ajusta a los criterios utilizados en la construcción de los mismos.
3. La tutoría: La tutoría es el intercambio de ideas entre los alumnos y el profesor en relación con cualquier aspecto de la asignatura, que incluye la aclaración de dudas y la solución de problemas no abordados en clase.

## **e. Plan de trabajo**

Mediante los métodos expuestos anteriormente, se irán abordando cada uno de los contenidos del bloque al mismo tiempo que se irán proponiendo problemas a los alumnos para que afiancen la teoría explicada. También se les pedirá que completen por su cuenta las prácticas de ordenador para que visualicen ellos mismos las dificultades en la implementación de los algoritmos y cómo solventarlas.

## **f. Evaluación**

Se evaluará en principio a partir de la entrega de los problemas y prácticas de ordenador propuestas, aunque también es posible que se realice un examen final global para refinar la calificación.



## g Material docente

*Esta sección será utilizada por la Biblioteca para etiquetar la bibliografía recomendada de la asignatura (curso) en la plataforma Leganto, integrada en el catálogo Almena y a la que tendrán acceso todos los profesores y estudiantes. Es fundamental que las referencias suministradas este curso estén actualizadas y sean completas. Los profesores tendrán acceso, en breve, a la plataforma Leganto para actualizar su bibliografía recomendada ("Listas de Lecturas") de forma que en futuras guías solamente tendrán que poner el enlace permanente a Leganto, el cual también se puede poner en el Campus Virtual.*

### g.1 Bibliografía básica

E. Hairer, G. Wanner & C. Lubich, Geometric Numerical Integration, Structure-Preserving Algorithms for Ordinary Differential Equations, Springer-Verlag, 2006.

B. J. Leimkuhler & S. Reich, Simulating Hamiltonian dynamics, Cambridge monographs on applied and computational mathematics, Cambridge: Cambridge University, 2004.

J. M. Sanz-Serna & M. P. Calvo, Numerical Hamiltonian Problems, Dover Publications Inc., Mineola, New York, 2018.

### g.2 Bibliografía complementaria

B. Cano & J. M. Sanz-Serna, Error growth in the numerical integration of periodic orbits, with application to Hamiltonian and reversible systems, SIAM J. Num. Anal. (1997) 34 (4), pp. 1391-1417.

B. Cano & J. M. Sanz-Serna, Error growth in the numerical integration of periodic orbits by multistep methods, with application to reversible systems, IMA J. Num. Anal. (1998) 18, pp. 57-75.

### g.3 Otros recursos telemáticos (píldoras de conocimiento, blogs, videos, revistas digitales, cursos masivos (MOOC), ...)

## h. Recursos necesarios

Se utilizará MATLAB para la realización de las prácticas de laboratorio.

## i. Temporalización

CARGA ECTS	PERIODO PREVISTO DE DESARROLLO
1,5	Segunda mitad de las semanas previstas para la asignatura en el calendario del máster

## 5. Métodos docentes y principios metodológicos

Los expuestos en el apartado d. de la Sección 4.

## 6. Tabla de dedicación del estudiante a la asignatura



ACTIVIDADES PRESENCIALES o PRESENCIALES A DISTANCIA <sup>(1)</sup>	HORAS	ACTIVIDADES NO PRESENCIALES	HORAS
Clases teóricas	15	Estudio autónomo	25
Clases con ordenador en aulas de informática	8	Programación u otros trabajos con ordenador	10
Tutorías y seminarios, incluyendo presentaciones de trabajos y ejercicios propuestos	6	Preparación y redacción de ejercicios u otros trabajos	5
Sesiones de evaluación	1	Documentación: consultas bibliográficas, internet,...	5
<b>Total presencial</b>	<b>30</b>	<b>Total no presencial</b>	<b>45</b>
<b>TOTAL presencial + no presencial</b>			<b>75</b>

(1) Actividad presencial a distancia es cuando un grupo sigue una videoconferencia de forma síncrona a la clase impartida por el profesor para otro grupo presente en el aula.

## 7. Sistema y características de la evaluación

Criterio: cuando al menos el 50% de los días lectivos del cuatrimestre transcurran en normalidad, se asumirán como criterios de evaluación los indicados en la guía docente. Se recomienda la evaluación continua ya que implica minimizar los cambios en la agenda.

INSTRUMENTO/PROCEDIMIENTO	PESO EN LA NOTA FINAL	OBSERVACIONES
Entrega de problemas propuestos	25%-35%	Evaluación continua
Entrega de prácticas de ordenador propuestas	45%-70%	Evaluación continua
Examen	0-30%	Posible prueba final

### CRITERIOS DE CALIFICACIÓN

En ambas convocatorias la nota final será la suma de la nota de la evaluación continua y de la nota del examen final, si se realiza.

## 8. Consideraciones finales