Proyecto/Guía docente de la asignatura

Se debe indicar de forma fiel cómo va a ser desarrollada la docencia. Esta guía debe ser elaborada teniendo en cuenta a todos los profesores de la asignatura. Conocidos los espacios y profesorado disponible, se debe buscar la máxima presencialidad posible del estudiante siempre respetando las capacidades de los espacios asignados por el centro y justificando cualquier adaptación que se realice respecto a la memoria de verificación. Si la docencia de alguna asignatura fuese en parte online, deben respetarse los horarios tanto de clase como de tutorías). La planificación académica podrá sufrir modificaciones de acuerdo con la actualización de las condiciones sanitarias.

Asignatura	AMPLIACIÓN DE TEORÍA DE FUNCIONES		
Materia	Análisis Matemático		
Módulo	Formación Avanzada		
Titulación	Máster en Matemáticas		
Plan	645	**Código**	55026
Periodo de impartición	Cuatrimestral	**Tipo/Carácter**	Optativa
Nivel/Ciclo	Máster	**Curso**	Único
Créditos ECTS	6		
Lengua en que se imparte	Castellano de preferencia. Puede impartirse total o parcialmente en inglés (o francés) si las circunstancias docentes así lo aconsejan.		
Profesor/es responsable/s	Jorge Mozo Fernández		
Datos de contacto (E-mail, teléfono…)	Correos electrónicos: jorge.mozo@uva.es		
Horario de tutorías	Se acordará con los alumnos matriculados.		
Departamento	Álgebra, Análisis Matemático, Geometría y Topología		

1. Situación / Sentido de la Asignatura

1.1 Contextualización

Asignatura de alto valor formativo que enlaza con los conocimientos de Variable Compleja del Grado en Matemáticas.

1.2 Relación con otras materias

Establece nociones fundamentales para el desarrollo de la inmensa mayoría de las materias en la Matemática, ya sean del área de análisis (variable compleja), geometría y topología (curvas algebraicas, topología algebraica), o álgebra (álgebra conmutativa).

1.3 Prerrequisitos

Se trata de un curso avanzado de variable compleja, como lo que el alumno deberá haber cursado previamente un curso elemental de esta materia, que cubra al menos la teoría elemental de funciones de variable compleja: funciones holomorfas, integral de Cauchy, residuos. Dentro de lo posible, se harán las adaptaciones de los contenidos precisas para acomodarse a los conocimientos de los alumnos matriculados. Los conocimientos habituales de topología, álgebra lineal, etc, serán necesariamente útiles para seguir la asignatura.

2. Competencias

2.1 Generales

G1.- Conocimiento del método científico.

Conocer el método científico, en particular en el ámbito de las Matemáticas, formulando modelos e hipótesis de trabajo relevantes y planificando el análisis en relación con dichas hipótesis y la discusión de las conclusiones, de modo que se pueda avanzar en el conocimiento de las Matemáticas.

G2.- Competencia para aplicar los conocimientos adquiridos.

Aplicar los conocimientos técnicos adquiridos, de forma coherente y profesional, sobre todo en contextos novedosos o en constante renovación, que impliquen la realización de una actividad matemática.

G3.- Capacidad crítica, de análisis y síntesis, y capacidad de interpretación.

Emitir juicios críticos sobre propuestas, hipótesis y validez científica de las conclusiones, así como sintetizar la presentación de propuestas y resultados, en el ámbito de las Matemáticas y de sus aplicaciones.

G4.- Competencias metodológicas.

Elegir la metodología más adecuada para el desarrollo de la investigación de un problema, adaptándola al contexto en el que se origina el problema.

G5.- Capacidad para reconocer la originalidad y creatividad.

Reconocer la originalidad en la concepción, formulación y resolución de problemas matemáticos.

G6.- Capacidades de comunicación.

Presentar, de forma oral y escrita, y tanto ante públicos especializados como no especializados, resultados avanzados de investigación en Matemáticas, teniendo en cuenta los antecedentes en la investigación, las hipótesis de trabajo, los desarrollos y las conclusiones.

G7.- Capacidad de trabajo en equipo.

Desarrollar una actividad matemática dentro de un equipo de investigación, bajo supervisión o de forma autónoma, pero al servicio de un proyecto investigador común, que puede ser multidisciplinar.

G9.- Capacidad para poder mantener una formación permanente.

Adquirir las destrezas necesarias para poder ampliar conocimientos y mantener una formación continua a lo largo de su vida profesional.

G10.- Capacidad de aprendizaje autónomo.

Adquirir las destrezas necesarias para el aprendizaje autónomo en el ámbito de las Matemáticas, conociendo las fuentes de conocimiento para dicho aprendizaje y su utilización, y motivando el aprendizaje a lo largo de la vida en el ejercicio de la actividad matemática.

G11.- Competencias para la internacionalización de la actividad profesional en Matemáticas.

Adquirir competencias que favorezcan el desarrollo de una actividad profesional en Matemáticas en contextos internacionales, especialmente mediante el uso de un idioma extranjero, usualmente el inglés, para la comunicación en el ámbito científico internacional de los resultados de la actividad investigadora.

2.2 Específicas

E1.- Adquisición de destrezas técnicas generales en el ámbito de una o varias áreas de las Matemáticas.

Utilizar de forma profesional el lenguaje y las técnicas avanzadas propias de estas áreas, para favorecer la interpretación fluida de las fuentes especializadas correspondientes, así como la formulación adecuada de nuevos problemas.

E2.- Capacidad de comprensión de las bases teóricas y técnicas en las que se apoyan los conceptos y métodos de las materias propias de las Matemáticas.

Adquirir el corpus teórico que sustenta los conceptos y métodos de las materias propias de alguna de las áreas de las Matemáticas, y la capacidad para un manejo experto y fluido de dichos conocimientos.

E3.- Capacidad para iniciarse en la investigación y/o aplicación de las Matemáticas.

Adquirir competencias suficientes para iniciar un proyecto de investigación en alguna de las áreas de conocimiento de Matemáticas, de forma supervisada, y en particular, en relación con las líneas de investigación que se ofertan en el Programa de Doctorado en Matemáticas de la Universidad de Valladolid. Alternativamente conseguir competencias que le permitan la colaboración en proyectos interdisciplinares en los que el uso de las técnicas y el pensamiento matemáticos resultan fundamentales.

E4.- Capacidad y destrezas para la gestión de las fuentes bibliográficas de la investigación.

Buscar y gestionar documentación y bibliografía especializada, en el ámbito específico de la especialización que le sea propia; usar ésta de modo racional y crítico para determinar el estado del arte en un determinado problema, y dominar los recursos bibliográficos pertinentes.

E5.- Capacidad de aplicar y adaptar los modelos teóricos y las técnicas específicas tanto a problemas abiertos en su línea de especialización, como a problemas provenientes de otros ámbitos ya sean científicos o técnicos.

Adaptar los modelos teóricos propios de cada una de las disciplinas de las Matemáticas para el estudio de problemas abiertos relacionados o para el análisis de otros problemas provenientes de los ámbitos científicos, sociales o tecnológicos.

E6.- Capacidad de analizar problemas, detectando el posible uso de modelos matemáticos para contribuir a su comprensión y resolución.

Analizar nuevas situaciones para identificar la aplicación de modelos matemáticos, existentes o de nuevo diseño, que contribuyan a la comprensión y solución de los problemas planteados.

E7.- Capacidad de exponer y defender proyectos y trabajos de investigación en el ámbito de sus líneas de especialización, así como de mantener debates científicos sobre los mismos, ya sean estos propios o adquiridos.

Exponer y defender proyectos y trabajos de investigación en el ámbito propio de la especialización adquirida, tanto para defender las tesis propias como para debatir con juicio crítico con terceros, en una relación entre pares.

E8.- Discernir entre las diferentes orientaciones de las técnicas específicas que concurren en la comprensión y resolución de un problema, comprendiendo la oportunidad y el uso de cada una de ellas individualmente, así como la cooperación entre ellas de cara a la resolución global del problema.

E9.- Capacidad de comprender nuevos avances y perspectivas científicas en el ámbito de la investigación en las líneas de su especialización.

Comprender la formulación de nuevos avances y las perspectivas que éstos abren.

E10.- Capacidad de detectar líneas de trabajo emergentes en el ámbito de las Matemáticas o de sus aplicaciones, identificando la relación, origen e influencia con el estado de conocimiento propio de cada una de las especializaciones de las Matemáticas.

Reconocer líneas de trabajo emergentes en el ámbito de las Matemáticas o de sus aplicaciones, identificando las interrelaciones existentes con cada una de las especialidades.

E11.- Capacidad para modelar matemáticamente fenómenos de la realidad y describir, en el ámbito de esos fenómenos, la relevancia de los resultados matemáticos.

Proponer y ajustar modelos matemáticos, deterministas o estocásticos, continuos o discretos, en el estudio de problemas concretos, estudiando sus propiedades y la teoría matemática que sustenta su uso.

E12.- Capacidad para el ajuste de modelos matemáticos.

Valorar la idoneidad de un modelo matemático en un problema concreto, estudiando sus propiedades y manejando las herramientas de ajuste y diagnóstico necesarias.

E16.- Adquirir recursos y destrezas para la comunicación de resultados en Matemáticas de forma clara, ante audiencias especializadas y no especializadas.

3. Objetivos

Adquisición de los conceptos, técnicas y métodos básicos de la teoría avanzada de funciones de variable compleja.

4. Contenidos y/o bloques temáticos

Bloque 1: **ÚNICO**

Carga de trabajo en créditos ECTS: 6

a. Contextualización y justificación

Las de la asignatura.

b. Objetivos de aprendizaje

Conocer los resultados fundamentales de convergencia y compacidad en el espacio de las funciones holomorfas en un abierto del plano complejo con la topología compacta-abierta. Entender el alcance del teorema de representación conforme de Riemann y sus consecuencias. Conocer las propiedades fundamentales de la clase de las funciones armónicas y la solución del problema de Dirichlet. Manejar con soltura los productos infinitos y estudiar las funciones definidas por ellos. Entender los resultados de factorización de Weierstrass para funciones enteras y su relación con los ceros y el orden de crecimiento de las mismas. Comprender el concepto de prolongación analítica, conocer técnicas elementales de prolongación y el teorema de monodromía. Conocer las funciones doblemente periódicas y su aparición en ciertos problemas del Análisis.

La asignatura se planteará como un camino hacia algunos resultados importantes para los que se precisa del uso de la variable compleja. En cualquier caso se enfatizará que las matemáticas no son parcelas estancas, y es absurdo estudiar esta materia, o ninguna otra, sin relacionarla con otras áreas, máxime a nivel de máster. Por lo tanto, se explorarán las relaciones con la geometría algebraica, el álgebra conmutativa, o la topología algebraica, por ejemplo, aunque no se requiere tener conocimientos previos de estas materias.

c. Contenidos

La siguiente lista contiene una serie de temas, de entre los que se extraerán los que se expliquen en la asignatura, de acuerdo con los conocimientos previos e intereses de los alumnos. Se trata de una asignatura orientada a la investigación en análisis complejo, dinámica holomorfa y geometría, con lo cual el temario es evolutivo, y como se ha dicho, variará dependiendo de los intereses de los estudiantes y del profesor, orientándose a distintas áreas de investigación.

1) Espacios de funciones holomorfas. Teorema de representación conforme de Riemann.

Proyección estereográfica. Homografías.
Lema de Schwarz y consecuencias. Automorfismos e isomorfismos notables. Aspectos geométricos del análisis complejo.
El espacio de las funciones holomorfas en un abierto con la topología compacta-abierta.
Familias acotadas, compactas y normales. Los teoremas de Montel y Vitali.
El teorema de la representación conforme de Riemann.

2) Dinámica holomorfa global (*).

Conjuntos de Julia y Fatou de un polinomio.

Conjuntos de Julia y Fatou de una función racional. Relación con las familias normales de funciones.

3) Teorema de Runge.

Aproximación de funciones holomorfas en un compacto por funciones racionales.

Teorema de Runge. Aproximación polinomial y conexión simple.

4) Funciones armónicas (*).

Las funciones armónicas como partes reales de funciones holomorfas.

Propiedad del valor medio. Fórmula integral de Poisson.

Problema de Dirichlet en un disco y en otros dominios.

Desigualdades de Harnack y consecuencias.

Fórmulas de Poisson y Poisson-Jensen.

5) Factorización y crecimiento de las funciones enteras.

Productos infinitos. Funciones holomorfas definidas mediante productos infinitos.

Factores elementales de Weierstrass. Teorema de factorización de Weierstrass.

Teorema de Mittag-Leffler. Teoremas de interpolación.

Orden exponencial y tipo de una función entera. Propiedades y fórmulas.

Exponente de convergencia. Productos canónicos. Teorema de factorización de Hadamard.

Conjuntos de a-valores de una función entera.

Crecimiento de funciones no enteras: teoremas de Phrágmen-Lindelof.

6) Funciones Gamma y Zeta, y Teorema del número primo.

Función Gamma de Euler.

Función Zeta de Riemann.

Teorema de los números primos.

7) Prolongación analítica.

Elemento de función analítica. Prolongación directa y puntos singulares. Series lacunares.

Principio de reflexión de Schwarz.

Prolongación a lo largo de curvas. El teorema de monodromía.

8) Funciones elípticas.

Funciones meromorfas periódicas. Funciones elípticas.

Función elíptica de Weierstrass. Propiedades y ecuaciones que verifica, y funciones relacionadas.

9) Introducción a la dinámica holomorfa en una variable (*).

Gérmenes de funciones holomorfas. Teoremas de clasificación formal y analítica (Poincaré, Koenigs,...).

Grupos de gérmenes de funciones holomorfas. Grupos resolubles. Propiedades.

Aplicaciones.

d. Métodos docentes

La asignatura se plantea de manera participativa. Además de los temas que se expongan en clase, el profesor dará algunas orientaciones sobre otros temas, que serán desarrollados por los alumnos. Se fomentará el debate, y las discusiones de carácter científico sobre la materia, y su relación con otras áreas.

e. Plan de trabajo

El método de trabajo será el siguiente:

- Se proporcionarán al alumno materiales docentes, sea elaborados por el profesor de la asignatura, a modo de apuntes breves de alguno de los temas que se traten.

- Una vez realizada la explicación de cada parte teórica y práctica de la asignatura, resolviendo las dudas o cuestiones que puedan haber surgido, se pedirá que el alumno trabaje de forma individual o en grupo sobre una colección de problemas proporcionada por el profesor, que puede ser ampliada con la bibliografía propuesta.

- Parte de estos problemas serán resueltos en clase, ilustrando los resultados teóricos y desarrollando las técnicas de resolución propias de la materia.

f. Evaluación

Por la naturaleza de la asignatura, se evaluará de manera continua al ser de tipo participativo.

g Material docente

Esta sección será utilizada por la Biblioteca para etiquetar la bibliografía recomendada de la asignatura (curso) en la plataforma Leganto, integrada en el catálogo Almena y a la que tendrán acceso todos los profesores y estudiantes. Es fundamental que las referencias suministradas este curso estén actualizadas y sean completas. Los profesores tendrán acceso, en breve, a la plataforma Leganto para actualizar su bibliografía recomienda (“Listas de Lecturas”) de forma que en futuras guías solamente tendrán que poner el enlace permanente a Leganto, el cual también se puede poner en el Campus Virtual.

g.1 Bibliografía básica

Ash, R.B., Novinger, W.P. "Complex Variables".

Éste será el libro de texto fundamental. Sus autores lo han hecho libremente disponible en la red.

Conway J.B. "Functions of One Complex Variable I". Springer Verlag, 1978.

Falconer, K. “Fractal geometry. Mathematical Foundations and Applications”. Wiley, 2003.

Markushevich A. "Teoría de las Funciones Analíticas" (vols. I y II). MIR, 1971.

Milnor, J. “Dynamics in One Complex Variable”. Princeton University Press, 2006.

Remmert R. "Theory of Complex Functions". Springer Verlag, 1991.

Remmert R. "Classical Topics in Complex Function Theory". Springer Verlag, 1998.

g.2 Bibliografía complementaria

g.3 Otros recursos telemáticos (píldoras de conocimiento, blogs, videos, revistas digitales, cursos masivos (MOOC), …)

h. Recursos necesarios

El profesorado de la asignatura hará accesible a los alumnos el conjunto de materiales y recursos de apoyo que considere adecuado utilizar en la preparación de la asignatura, a través de la página web de la Uva, de la reprografía del centro o, cuando lo considere conveniente, mediante el entorno de trabajo en la plataforma Moodle ubicada en el Campus Virtual de la Universidad de Valladolid.

i. Temporalización

CARGA ECTS	PERIODO PREVISTO DE DESARROLLO
6	Primer cuatrimestre

Añada tantas páginas como bloques temáticos considere realizar.

5. Métodos docentes y principios metodológicos

Los habituales en el área.

6. Tabla de dedicación del estudiante a la asignatura

ACTIVIDADES PRESENCIALES o PRESENCIALES A DISTANCIA(1)	HORAS	ACTIVIDADES NO PRESENCIALES	HORAS
Clases teóricas	30	Estudio autónomo	60
Resolución de problemas	15	Preparación y redacción de ejercicios u otros trabajos	20
Tutorías y seminarios, incluyendo presentaciones de trabajos, y realización de prácticas y ejercicios propuestos.	12	Documentación: consultas bibliográficas, Internet…	10
Sesiones de evaluación	3		
Total presencial	**60**	Total no presencial	**90**
		TOTAL presencial + no presencial	**150**

(1) Actividad presencial a distancia es cuando un grupo sigue una videoconferencia de forma síncrona a la clase impartida por el profesor.

7. Sistema y características de la evaluación

Dependiendo del número de alumnos matriculados, se optará por hacer un examen final de la asignatura, o por una exposición de trabajos por parte de los alumnos. Asimismo se propondrán listas de ejercicios a lo largo del curso, que deberán ser desarrollados por los alumnos.

INSTRUMENTO/PROCEDIMIENTO	PESO EN LA NOTA FINAL	OBSERVACIONES
Continua y examen	100 %	

CRITERIOS DE CALIFICACIÓN
• **Convocatoria ordinaria:** o Se expondrán en clase. • **Convocatoria extraordinaria:** o Se expondrán en clase.

8. Consideraciones finales