



## Proyecto/Guía docente de la asignatura

Se debe indicar de forma fiel cómo va a ser desarrollada la docencia. Esta guía debe ser elaborada teniendo en cuenta a todos los profesores de la asignatura. Conocidos los espacios y profesorado disponible. Los detalles de la asignatura serán informados por el Campus Virtual.

Se recuerda la importancia que tienen los comités de título en su labor de verificar la coherencia de las guías docentes de acuerdo con lo recogido en la memoria de verificación del título y/o en sus planes de mejora. Por ello, **tanto la guía, como cualquier modificación** que sufra en aspectos "regulados" (competencias, metodologías, criterios de evaluación y planificación, etc..) deberá estar **informada favorablemente por el comité** de título **ANTES** de ser colgada en la aplicación web de la UVa. Se ha añadido una fila en la primera tabla para indicar la fecha en la que el comité revisó la guía.

<b>Asignatura</b>	El método de elementos finitos		
<b>Materia</b>	Matemática Aplicada		
<b>Módulo</b>			
<b>Titulación</b>	Programa Doble Máster de Matemáticas-MUPES		
<b>Plan</b>	721	<b>Código</b>	
<b>Periodo de impartición</b>	Primero o Segundo semestre	<b>Tipo/Carácter</b>	Optativo
<b>Nivel/Ciclo</b>		<b>Curso</b>	
<b>Créditos ECTS</b>	3		
<b>Lengua en que se imparte</b>	Castellano		
<b>Profesor/es responsable/s</b>	Luis Abia Llera, Begoña Cano Urdiales		
<b>Datos de contacto (E-mail, teléfono...)</b>	lmabia@uva.es, bcano@uva.es		
<b>Departamento</b>	Matemática Aplicada		
<b>Fecha de revisión por el Comité de Título</b>			



## 1. Situación / Sentido de la Asignatura

### 1.1 Contextualización

El método de elementos finitos es una herramienta versátil de enorme eficacia para la aproximación numérica de problemas que aparecen en la Ingeniería. Aunque el uso extensivo del método tuvo su origen en problemas de la Teoría de la Elasticidad y de la Resistencia de Materiales a mediados del siglo pasado, rápidamente fue adoptado como una metodología matemática general para la aproximación de problemas de ecuaciones diferenciales, siendo objeto del análisis y fundamentación específicas de las Matemáticas. Hoy en día, el número de artículos de investigación en Matemáticas que se centran en distintos aspectos del método de elementos finitos es enorme, y continúa creciendo. Además, la metodología del método de elementos finitos forma parte del núcleo de destrezas que un matemático debe dominar en relación con la computación científica en el ámbito de la Ciencia y la Tecnología.

En el curso se abordará la fundamentación matemática de distintas técnicas bien establecidas en el método de elementos finitos, pero también aspectos más relacionados con la implementación del método de elementos finitos y su puesta en práctica mediante el uso de software de distribución libre, en relación con distintos problemas modelos relevantes para la tecnología.

### 1.2 Relación con otras materias

La asignatura establece conexiones con las asignaturas “Ecuaciones Diferenciales Avanzadas”, “Álgebra Lineal Numérica”, y “Métodos Numéricos para Problemas de Evolución”. También con “Ampliación de Teoría de Funciones” y “Teoría de operadores”. Proporciona un alto grado de integración entre asignaturas del área de Análisis Matemático y del área de Matemática Aplicada.

### 1.3 Prerrequisitos

No se establecen prerrequisitos aunque es recomendable tener cierta experiencia en la programación en Matlab, y en un lenguaje de programación de alto nivel.

## 2. Competencias

Generales: G1, G2, G3, G4, G5, G6, G8, G9, G10

Específicas: E1, E2, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E9, E10, E11, E12, E13, E14, E15, E16

### 2.1 Generales

#### G1.- Conocimiento del método científico.

Conocer el método científico, en particular en el ámbito de las Matemáticas, formulando modelos e hipótesis de trabajo relevantes y planificando el análisis en relación con dichas hipótesis y la discusión de las conclusiones, de modo que se pueda avanzar en el conocimiento de las Matemáticas.

#### G2.- Competencia para aplicar los conocimientos adquiridos.

Aplicar los conocimientos técnicos adquiridos, de forma coherente y profesional, sobre todo en contextos novedosos o en constante renovación, que impliquen la realización de una actividad matemática.

#### G3.- Capacidad crítica, de análisis y síntesis, y capacidad de interpretación.

Emitir juicios críticos sobre propuestas, hipótesis y validez científica de las conclusiones, así como sintetizar la presentación de propuestas y resultados, en el ámbito de las Matemáticas y de sus aplicaciones.

#### G4.- Competencias metodológicas.



Elegir la metodología más adecuada para el desarrollo de la investigación de un problema, adaptándola al contexto en el que se origina el problema.

**G5.- Capacidad para reconocer la originalidad y creatividad.**

Reconocer la originalidad en la concepción, formulación y resolución de problemas matemáticos.

**G6.- Capacidades de comunicación.**

Presentar, de forma oral y escrita, y tanto ante públicos especializados como no especializados, resultados avanzados de investigación en Matemáticas, teniendo en cuenta los antecedentes en la investigación, las hipótesis de trabajo, los desarrollos y las conclusiones.

**G8.- Capacidad para el uso de las nuevas tecnologías.**

Adquirir destrezas generales en el uso de las nuevas tecnologías en el ámbito de la actividad matemática, facilitando su utilización en ámbitos diversos, así como el conocimiento de las herramientas informáticas disponibles más importantes.

**G9.- Capacidad para poder mantener una formación permanente.**

Adquirir las destrezas necesarias para poder ampliar conocimientos y mantener una formación continua a lo largo de su vida profesional.

**G10.- Capacidad de aprendizaje autónomo.**

Adquirir las destrezas necesarias para el aprendizaje autónomo en el ámbito de las Matemáticas, conociendo las fuentes de conocimiento para dicho aprendizaje y su utilización, y motivando el aprendizaje a lo largo de la vida en el ejercicio de la actividad matemática.

---

## 2.2 Específicas

---

**E1.- Adquisición de destrezas técnicas generales en el ámbito de una o varias áreas de las Matemáticas.**

Utilizar de forma profesional el lenguaje y las técnicas avanzadas propias de estas áreas, para favorecer la interpretación fluida de las fuentes especializadas correspondientes, así como la formulación adecuada de nuevos problemas.

**E2.- Capacidad de comprensión de las bases teóricas y técnicas en las que se apoyan los conceptos y métodos de las materias propias de las Matemáticas.**

Adquirir el corpus teórico que sustenta los conceptos y métodos de las materias propias de alguna de las áreas de las Matemáticas, y la capacidad para un manejo experto y fluido de dichos conocimientos.

**E3.- Capacidad para iniciarse en la investigación y/o aplicación de las Matemáticas.**

Adquirir competencias suficientes para iniciar un proyecto de investigación en alguna de las áreas de conocimiento de Matemáticas, de forma supervisada, y en particular, en relación con las líneas de investigación que se ofertan en el Programa de Doctorado en Matemáticas de la Universidad de Valladolid. Alternativamente conseguir competencias que le permitan la colaboración en proyectos interdisciplinares en los que el uso de las técnicas y el pensamiento matemáticos resultan fundamentales.

**E4.- Capacidad y destrezas para la gestión de las fuentes bibliográficas de la investigación.**

Buscar y gestionar documentación y bibliografía especializada, en el ámbito específico de la especialización que le sea propia; usar ésta de modo racional y crítico para determinar el estado del arte en un determinado problema, y dominar los recursos bibliográficos pertinentes.

**E5.- Capacidad de aplicar y adaptar los modelos teóricos y las técnicas específicas tanto a problemas abiertos en su línea de especialización, como a problemas provenientes de otros ámbitos ya sean científicos o técnicos.**

Adaptar los modelos teóricos propios de cada una de las disciplinas de las Matemáticas para el estudio de problemas abiertos relacionados o para el análisis de otros problemas provenientes de los ámbitos científicos, sociales o tecnológicos.

**E6.- Capacidad de analizar problemas, detectando el posible uso de modelos matemáticos para contribuir a su comprensión y resolución.**

Analizar nuevas situaciones para identificar la aplicación de modelos matemáticos, existentes o de nuevo diseño, que contribuyan a la comprensión y solución de los problemas planteados.



**E7.- Capacidad de exponer y defender proyectos y trabajos de investigación en el ámbito de sus líneas de especialización, así como de mantener debates científicos sobre los mismos, ya sean estos propios o adquiridos.**

Exponer y defender proyectos y trabajos de investigación en el ámbito propio de la especialización adquirida, tanto para defender las tesis propias como para debatir con juicio crítico con terceros, en una relación entre pares.

**E8.-** Discernir entre las diferentes orientaciones de las técnicas específicas que concurren en la comprensión y resolución de un problema, comprendiendo la oportunidad y el uso de cada una de ellas individualmente, así como la cooperación entre ellas de cara a la resolución global del problema.

**E9.- Capacidad de comprender nuevos avances y perspectivas científicas en el ámbito de la investigación en las líneas de su especialización.**

Comprender la formulación de nuevos avances y las perspectivas que éstos abren.

**E10.- Capacidad de detectar líneas de trabajo emergentes en el ámbito de las Matemáticas o de sus aplicaciones, identificando la relación, origen e influencia con el estado de conocimiento propio de cada una de las especializaciones de las Matemáticas.**

Reconocer líneas de trabajo emergentes en el ámbito de las Matemáticas o de sus aplicaciones, identificando las interrelaciones existentes con cada una de las especialidades.

**E11.- Capacidad para modelar matemáticamente fenómenos de la realidad y describir, en el ámbito de esos fenómenos, la relevancia de los resultados matemáticos.**

Proponer y ajustar modelos matemáticos, deterministas o estocásticos, continuos o discretos, en el estudio de problemas concretos, estudiando sus propiedades y la teoría matemática que sustenta su uso.

**E12.- Capacidad para el ajuste de modelos matemáticos.**

Valorar la idoneidad de un modelo matemático en un problema concreto, estudiando sus propiedades y manejando las herramientas de ajuste y diagnóstico necesarias.

**E13.- Capacidad para la utilización de las nuevas tecnologías en el ámbito de las Matemáticas y de sus aplicaciones.**

Utilizar métodos computacionales, según el ámbito de estudio de su especialidad, para explorar la frontera del conocimiento en las distintas disciplinas de las Matemáticas, así como en sus aplicaciones.

**E14.- Conocimiento con carácter general del software matemático de carácter profesional en las distintas disciplinas de las Matemáticas, y capacidad para orientar su aplicación según las situaciones y comprender sus limitaciones.**

Conocer el software matemático profesional propio de cada especialidad para dirigir su aplicación en una variedad de situaciones, de forma profesional, comprendiendo sus limitaciones, y adaptándolo cuando sea necesario.

**E15.- Competencia para el diseño de técnicas computacionales y su análisis en los distintos ámbitos de las Matemáticas.**

Diseñar y analizar métodos computacionales novedosos, en los ámbitos de la Estadística, Análisis Numérico, Álgebra Computacional, Criptografía, Geometría, Optimización, y su utilización en las diversas aplicaciones en que son relevantes.

**E16.-** Adquirir recursos y destrezas para la comunicación de resultados en Matemáticas de forma clara, ante audiencias especializadas y no especializadas.

### 3. Objetivos

Conocer los fundamentos matemáticos del método de elementos finitos para problemas estacionarios y de evolución, así como las técnicas computacionales propias de la implementación de estos métodos. Adquirir conocimiento y experiencia en la utilización práctica de software de elementos finitos.

### 4. Contenidos y/o bloques temáticos



## Bloque 1: "Nombre del Bloque"

### Carga de trabajo en créditos ECTS:

#### a. Contextualización y justificación

Ver sección 1.1.

#### b. Objetivos de aprendizaje

1. Formulación débil de problemas elípticos de valores en la frontera.

El concepto de formulación débil. Espacios de funciones de Sobolev y propiedades importantes. La desigualdad de Poincaré-Friedrichs. El lema de Lax-Milgram.

2. Métodos Galerkin y Ritz.

Conocer las diferencias conceptuales entre distintos métodos de discretización basados en principios variacionales, Estimativos de error en la energía. Adquirir experiencia computacional sobre diferentes problemas modelos con pdeTool de Matlab o FreeFem++.

3. Espacios de elementos finitos Lagrangianos.

Adquirir experiencia computacional con diversos elementos finitos, valorando su efectividad.

4. Análisis del error en el método de elementos finitos. Cuadratura en el método de elementos finitos.

Conocer la teoría de interpolación en espacios de Sobolev para elementos afines. Conocer las extensiones de la formulación conforme: fórmulas y errores de cuadratura para elementos finitos.

5. Formulación débil de problemas de evolución parabólicos.

Conocer la extensión de la metodología de elementos finitos para tratar problemas de evolución. Estimativos de error en el caso parabólico. Adquirir experiencia computacional discretizando con elementos finitos distintos problemas modelo parabólicos.

6. El método Galerkin discontinuo para problemas de evolución.

Implementación y comparación con método de líneas con integradores temporales clásicos.

7. Utilización efectiva de software de elementos finitos (transversal a todo el programa).

Uso de software de distribución libre para adquirir experiencia computacional con el método de elementos finitos. Discusión de resultados numéricos y su relación con los resultados teóricos.

#### c. Contenidos

1. Formulación débil de problemas elípticos de valores en la frontera.

2. Métodos de Galerkin y Ritz.

3. Espacios de elementos finitos Lagrangianos.

4. Análisis del error en el método de elementos finitos. Cuadratura en el método de elementos finitos.



5. Formulación débil de problemas de evolución parabólicos.
6. El método Galerkin discontinuo para problemas de evolución.
7. Utilización efectiva de software de elementos finitos: PDETOOL de Matlab o FreeFem++, ... (transversal a todo el programa docente)

#### **d. Métodos docentes**

---

La metodología docente está motivada por unos objetivos de aprendizaje que se centran: primero, en familiarizar con los conceptos fundamentales que sustentan el análisis del método de elementos finitos; segundo, proporcionar una amplia experiencia computacional que permita valorar la efectividad de estos métodos en diferentes problemas modelo.

Distingo tres tipologías de actividades académicas:

##### 1. La clase magistral o teórica:

Comprende la exposición ordenada del programa, exponiendo tanto aspectos teóricos como ejemplos completos en su desarrollo. La formalización se reduce al mínimo indispensable para abordar de la forma más directa las demostraciones, dando una perspectiva completa de los elementos de análisis.

##### 2. El laboratorio de informática:

En este tipo de clase se mostrará el funcionamiento de diferentes programas que implementan los métodos estudiados sobre problemas elegidos adecuadamente. También será un espacio en el que los alumnos podrán abordar parcialmente la realización de las prácticas de laboratorio que se les proponga, pudiendo interactuar con el profesor o con otros alumnos para resolver dificultades de planteamiento.

##### 3. La tutoría:

La tutoría es el intercambio de ideas entre los alumnos y el profesor en relación con cualquier aspecto de la asignatura, que incluye la aclaración de dudas y la solución de problemas no abordados en clase.

#### **e. Plan de trabajo**

---

Mediante los métodos expuestos anteriormente, se irán abordando cada uno de los contenidos de la asignatura, al mismo tiempo que se irán proponiendo problemas a los alumnos para que afiancen la teoría explicada. También se les pedirá que completen por su cuenta las prácticas de ordenador para que visualicen ellos mismos las dificultades en la implementación de los algoritmos y cómo solventarlas.

#### **f. Evaluación**

---

Se evaluará en principio a partir de la entrega de los problemas y prácticas de ordenador propuestas, aunque también es posible que se realice un examen final global para refinar la calificación.



## g Material docente

Es fundamental que las referencias suministradas este curso estén actualizadas y sean completas. Los profesores tienen acceso, a la **plataforma Leganto de la Biblioteca** para actualizar su bibliografía recomendada ("Listas de Lecturas"). Si ya lo han hecho, pueden poner tanto en la guía docente como en el Campus Virtual el enlace permanente a Leganto.

La Biblioteca se basa en la bibliografía recomendada en la Guía docente para adaptar su colección a las necesidades de docencia y aprendizaje de las titulaciones.

Si tienes que actualizar tu bibliografía, el enlace es el siguiente, <https://buc-uva.alma.exlibrisgroup.com/leganto/login?auth=SAML> (acceso mediante tus claves UVA). Este enlace te envía a la página de autenticación del directorio UVA, el cual te redirige a Leganto. Una vez allí, aparecerán, por defecto, las listas de lectura correspondientes a las distintas asignaturas que impartes ("instructor" en la terminología de Leganto / Alma). Desde aquí podrías añadir nuevos títulos a las listas existentes, crear secciones dentro de ellas o, por otra parte, crear nuevas listas de bibliografía recomendada.

Puedes consultar las listas de lectura existentes mediante el buscador situado en el menú de arriba a la izquierda, opción "búsqueda de listas".

En la parte superior derecha de cada lista de lectura se encuentra un botón con el signo de omisión "•••" (puntos suspensivos), a través del cual se despliega un menú que, entre otras opciones, permite "Crear un enlace compartible" que puede dirigir o bien a la lista de lectura concreta o bien al "Curso" (asignatura). Este enlace se puede indicar tanto en el apartado "g. Materiales docentes" (y subapartados) de la Guía Docente como en la sección de Bibliografía correspondiente a la asignatura en el Campus Virtual Uva.

Para resolver cualquier duda puedes consultar con la biblioteca de tu centro. [Guía de Ayuda al profesor](#)

### g.1 Bibliografía básica

1. Johnson C. – *Numerical Solution of Partial Differential Equations by the Finite Element Method*, Cambridge University Press, Cambridge, (1987)
2. Gockenbach M. S. – *Understanding and Implementing the Finite Element Method*, SIAM, Philadelphia, (2006).
3. Brenner S. C., Ridgway Scott, L. – *The Mathematical Theory of Finite Element Methods*, 3<sup>rd</sup>. ed., Springer, Texts in Applied Mathematics 15, (2008)

### g.2 Bibliografía complementaria

1. Ciarlet Ph. G., - *The Finite Element Method for Elliptic Problems*, Classics in Applied Mathematics, SIAM, Philadelphia, (2002)
2. Solin P., "Partial Differential Equations and the Finite Element Method", John Wiley and Sons, Hoboken, NJ (2006).
3. Thomée V. – *Galerkin, Finite Element Methods for Parabolic Problems*, Springer-Verlag, Berlín, (2006)
4. Strang G., Fix G. – *An Analysis of the Finite Element Method*, 2nd. Ed., SIAM, Philadelphia (2008).

### g.3 Otros recursos telemáticos (píldoras de conocimiento, blogs, videos, revistas digitales, cursos masivos (MOOC), ...)

## h. Recursos necesarios



Los alumnos utilizarán el software MATLAB (con licencia de la universidad) y otros programas libres de elementos finitos para la realización de las prácticas de las asignaturas.

### i. Temporalización

CARGA ECTS	PERIODO PREVISTO DE DESARROLLO
3	Se adecuará a las semanas previstas en el calendario del máster

*Añada tantas páginas como bloques temáticos considere realizar.*

## 5. Métodos docentes y principios metodológicos

Los expuestos en el apartado d. de la Sección 4.





## 6. Tabla de dedicación del estudiante a la asignatura

ACTIVIDADES PRESENCIALES o PRESENCIALES A DISTANCIA <sup>(1)</sup>	HORAS	ACTIVIDADES NO PRESENCIALES	HORAS
Clases teóricas	15	Estudio autónomo	25
Clases con ordenador en aulas de informática	8	Programación u otros trabajos con ordenador	10
Tutorías y seminarios, incluyendo presentaciones de trabajos y ejercicios propuestos	6	Preparación y redacción de ejercicios u otros trabajos	5
Sesiones de evaluación	1	Documentación: consultas bibliográficas, internet,...	5
Total presencial	<b>30</b>	Total no presencial	<b>45</b>
TOTAL presencial + no presencial			<b>75</b>

(1) Actividad presencial a distancia es cuando un grupo sigue una videoconferencia de forma síncrona a la clase impartida por el profesor.

## 7. Sistema y características de la evaluación

INSTRUMENTO/PROCEDIMIENTO	PESO EN LA NOTA FINAL	OBSERVACIONES
Entrega de problemas propuestos	25%-35%	Evaluación continua
Entrega de prácticas de ordenador propuestas	45%-70%	Evaluación continua
Examen	0-30%	Posible prueba final

### CRITERIOS DE CALIFICACIÓN

- **Convocatoria ordinaria:** Será la suma de la nota de la evaluación continua y el posible examen final.
  - ...
- **Convocatoria extraordinaria<sup>(\*)</sup>:** Será la suma de la nota de la evaluación continua y el examen final.
  - ...

(\*) Se entiende por convocatoria extraordinaria la segunda convocatoria.

Art 35.4 del ROA 35.4. La participación en la convocatoria extraordinaria no quedará sujeta a la asistencia a clase ni a la presencia en pruebas anteriores, salvo en los casos de prácticas externas, laboratorios u otras actividades cuya evaluación no fuera posible sin la previa realización de las mencionadas pruebas.

<https://secretariageneral.uva.es/wp-content/uploads/VII.2.-Reglamento-de-Ordenacion-Academica.pdf>

## 8. Consideraciones finales

